ALLEN CAREER INSTITUTE KOTA (RAJASTHAN)

DISTANCE LEARNING PROGRAMME

(Academic Session : 2023 - 2024)

JEE(Main)
TEST # 12
10-12-2023

JEE(MAIN) : LEADER TEST SERIES / JOINT PACKAGE COURSE

Time : 3 Hours | 12th Undergoing/Pass Students | Maximum Marks : 300

Test Type : Unit Test # 09

READ THE INSTRUCTIONS CAREFULLY/कृपया इन निर्देशों को ध्यान से पढ़ें

Important Instructions :

1. Immediately fill in the form number on this page of the Test Booklet with Blue/Black Ball Point Pen. Use of pencil is strictly prohibited.
2. The candidates should not write their Form Number anywhere else (except in the specified space) on the Test Booklet/Answer Sheet.
3. The Test Booklet consists of **90** questions.
4. There are **three** parts in the question paper 1,2,3 consisting of **Physics**, **Chemistry** and **Mathematics** having **30 questions** in each subject and each subject having **Two sections.**
   (i) Section-I contains 20 **multiple choice** questions with **only one correct** option.
   Marking scheme : +4 for correct answer, 0 if not attempted and –1 in all other cases.
   (ii) Section-II contains 10 **Numerical Value Type** questions. Attempt any 5 questions. First 5 attempted questions will be considered for marking.
   Marking scheme : +4 for correct answer, 0 if not attempted and –1 in all other cases.
5. Use **Blue/Black Ball Point Pen only** for writting particulars/marking responses on **Side–1** and **Side–2** of the Answer Sheet. **Use of pencil is strictly prohibited**.
6. No candidate is allowed to carry any textual material, printed or written, bits of papers, mobile phone any electronic device etc, except the Identity Card inside the examination hall/room.
7. Rough work is to be done on the space provided for this purpose in the Test Booklet only.
8. On completion of the test, the candidate must hand over the Answer Sheet to the invigilator on duty in the Room/ Hall. **However, the candidate are allowed to take away this Test Booklet with them.**
9. **Do not fold or make any stray marks on the Answer Sheet.**
10. **Take g = 10 m/s² unless otherwise stated.**

महत्वपूर्ण निर्देश :

1. परीक्षा पुस्तिका के इस पृष्ठ पर आवश्यक विवरण *नीले/काले बॉल पाइंट पेन* से तत्काल भरें। *पेन्सिल का प्रयोग बिल्कुल वर्जित हैं।*
2. परीक्षार्थी अपना फार्म नं. (निर्धारित जगह के अतिरिक्त) परीक्षा पुस्तिका/उत्तर पत्र पर कहीं और न लिखें।
3. इस परीक्षा पुस्तिका में **90** प्रश्न हैं।
4. इस परीक्षा पुस्तिका में तीन भाग 1, 2, 3 हैं, जिसके प्रत्येक भाग में **भौतिक विज्ञान**, **रसायन विज्ञान** एवं **गणित** के **30 प्रश्न** हैं और प्रत्येक विषय में 2 खण्ड है।
   (i) खण्ड-I में 20 **बहुविकल्पीय** प्रश्न है। जिनके **केवल एक** विकल्प सही हैं।
   अंक योजना : +4 सही उत्तर के लिए, 0 प्रयास नहीं करने पर तथा –1 अन्य सभी अवस्थाओं में।
   (ii) **खण्ड-II में 10 संख्यात्मक मान प्रकार के प्रश्न है।** किन्हीं 5 प्रश्नों का उत्तर दीजिए। किये गये प्रश्नों में से केवल प्रथम पाँच प्रश्नों को ही अंक दिये जायेंगे।
   अंक योजना : +4 सही उत्तर के लिए, 0 प्रयास नहीं करने पर तथा –1 अन्य सभी अवस्थाओं में।
5. उत्तर पत्र के **पृष्ठ–1** एवं **पृष्ठ–2** पर वांछित विवरण एवं उत्तर अंकित करने हेतु केवल **नीले/काले बॉल पाइंट पेन** का ही प्रयोग करें। **पेन्सिल का प्रयोग सर्वथा वर्जित है।**
6. परीक्षार्थी द्वारा परीक्षा कक्ष/हॉल में परिचय पत्र के अलावा किसी भी प्रकार की पाठ्य सामग्री मुद्रित या हस्तलिखित कागज की पर्चियों, मोबाइल फोन या किसी भी प्रकार के इलेक्ट्रानिक उपकरणों या किसी अन्य प्रकार की सामग्री को ले जाने या उपयोग करने की अनुमति नहीं हैं।
7. रफ कार्य परीक्षा पुस्तिका में केवल निर्धारित जगह पर ही कीजिये।
8. परीक्षा समाप्त होने पर, परीक्षार्थी कक्ष/हॉल छोड़ने से पूर्व उत्तर पत्र कक्ष निरीक्षक को अवश्य सौंप दें। **परीक्षार्थी अपने साथ इस परीक्षा पुस्तिका को ले जा सकते हैं।**
9. **उत्तर पत्र को न मोड़ें एवं न ही उस पर अन्य निशान लगाऐं।**
10. **g = 10 m/s² प्रयुक्त करें, जब तक कि अन्य कोई मान नहीं दिया गया हो।**

DO NOT BREAK THE SEALS WITHOUT BEING INSTRUCTED TO DO SO BY THE INVIGILATOR/निरीक्षक के अनुदेशों के बिना मुहरें न तोड़ें

Name of the Candidate (in Capitals) _____
परीक्षार्थी का नाम (बड़े अक्षरों में) :

Form Number : in figures _____
फॉर्म नम्बर : अंकों में
: in words _____
: शब्दों में

Centre of Examination (in Capitals) : _____
परीक्षा केन्द्र (बड़े अक्षरों में) :

Candidate's Signature : _____ Invigilator's Signature : _____
परीक्षार्थी के हस्ताक्षर : निरीक्षक के हस्ताक्षर :

Your Target is to secure Good Rank in JEE(Main) 2024

Topic : KTG , Thermodynamics, EM Waves, Sound Wave & Wave Optics

PART-1 : PHYSICS
भाग-1 : भौतिक विज्ञान

SECTION-I : (Maximum Marks: 80)

This section contains **20 questions**. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) **Only one option is correct**. For each question, marks will be awarded as follows:

Full Marks : +4 If correct answer is selected.

Zero Marks : 0 If none of the option is selected.

Negative Marks : –1 If wrong option is selected.

खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

इस खंड में **20 प्रश्न** हैं। प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) **केवल एक विकल्प सही** है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएंगे:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

ऋणात्मक अंक : –1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।

1. A point source of electromagnetic radiation has an average power output of 800 W. The maximum value of electric field at a distance 3.5 m from the source will be –

विद्युत चुम्बकीय तरंग के बिन्दू स्रोत की औसत निर्गम शक्ति 800 W है। स्रोत से 3.5 मीटर दूरी पर विद्युत क्षेत्र का अधिकतम मान होगा -

(A) 25.2 V/m (B) 62.6 V/m (C) 72.5 V/m (D) 80.7 V/m

Ans. B

Sol. Intensity of electromagnetic wave given is by

$$I = \frac{P_{av}}{4\pi r^2} = \frac{E_m^2}{2\mu_o c}$$

$$E_m = \sqrt{\frac{\mu_o c P_{av}}{2\pi r^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(4\pi \times 10^{-7}) \times (3 \times 10^8) \times 800}{2\pi \times (3.5)^2}} = 62.6 \text{ V/m}$$

2. In a wave $E_0 = 100\ Vm^{-1}$. Find the magnitude of Poynting's vector:-

(A) 13.25 Wm^{-2} (B) 26.5 Wm^{-2} (C) 18.25 Wm^{-2} (D) 19.7 Wm^{-2}

एक तरंग के लिये $E_0 = 100$ वोल्ट/मीटर है। प्वांइन्टिंग सदिश का परिमाण होगा :

(A) 13.25 वाट/मीटर^2 (B) 26.5 वाट/मीटर^2 (C) 18.25 वाट/मीटर^2 (D) 19.7 वाट/मीटर^2

Ans. B

Sol. $|\vec{S}| = \frac{EB}{\mu_0} = \frac{E^2}{C\mu_0}$

$$= \frac{10^4}{3 \times 10^8 \times 4\pi \times 10^{-7}} = 26.5\ Wm^{-2}.$$

3. The electric field associated with an electromagnetic wave in vacuum is given by $\vec{E} = 40\cos(kz - 6\times10^8 t)\hat{i}$, where E, z and t are in volt per meter, meter and second respectively. The value of wave vector k is :-

निर्वात में विद्युतचुम्बकीय तरंग के साथ सम्बन्धित विद्युत क्षेत्र को $\vec{E} = 40\cos(kz - 6\times10^8 t)\hat{i}$, द्वारा किया जाता है, जहाँ E, z एवं t क्रमशः वोल्ट प्रति मीटर, मीटर एवं सेकण्ड में होते हैं। तरंग सदिश k का मान होगा :-

(A) $2\ m^{-1}$ (B) $0.5\ m^{-1}$ (C) $6\ m^{-1}$ (D) $3\ m^{-1}$

Ans. A

Sol. Compare the given equation with

$E = E_0\cos(kz - \omega t)$

We get, $\omega = 6\times10^8 s^{-1}$

$\therefore$ Wave vector, $k = \frac{\omega}{c} = \frac{6\times10^8 s^{-1}}{3\times10^8 ms^{-1}} = 2m^{-1}$

4. In a diffraction pattern due to a single slit of width 'a', the first minimum is observed at an angle 30° when light of wavelength 5000 Å is incident on the slit. The first secondary maximum is observed at an angle of :

जब चौड़ाई 'a' की किसी एकल झिरी पर 5000Å तरंगदैर्ध्य का प्रकाश आपतन करता है, तो झिरी के कारण उत्पन्न विवर्तन पैटर्न में 30° के कोण पर पहला निम्निष्ठ दिखाई देता है। पहला द्वितीयक उच्चिष्ठ जिसे कोण पर दिखाई देगा, वह है :

(A) $\sin^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)$ (B) $\sin^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ (C) $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ (D) $\sin^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$

Ans. D

Sol. For first minima, $\sin30° = \frac{\lambda}{a} = \frac{1}{2}$

First secondary maxima will be at

$\sin\theta = \frac{3\lambda}{2a} = \frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \theta = \sin^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$

5. The central fringe of the interference pattern produced by the light of wavelength 6000 Å is found to shift to the position of 4^{th} dark fringe after a glass sheet of refractive index 1.5 is introduced. The thickness of glass sheet would be :-

अपवर्तनांक 1.5 की काँच की स्लेब को रखने पर 6000 Å तरंगदैर्ध्य प्रकाश से प्राप्त व्यतिकरण प्रतिरूप की केन्द्रीय फ्रिज 4^{th} काली फ्रिज की स्थिति पर विस्थापित हो जाती है। काँच की स्लेब की मोटाई होगी :-

(A) 4.8 μm (B) 4.2 μm (C) 5.4 μm (D) 3.0 μm

Ans. B

Sol. $(2n - 1) = (\mu - 1)t$

6. In the Young's double-slit experiment, the intensity of light at a point on the screen where the path difference is λ is K, (λ being the wave length of light used). The intensity at a point where the path difference is λ/4, will be :-

(A) K (B) K/4 (C) K/2 (D) Zero

यंग के द्वि-झिरी प्रयोग में, पर्दे के किसी बिंदु पर λ पथांतर होने से, वहाँ प्रकाश की तीव्रता K है, (λ प्रयुक्त प्रकाश की तरंगदैर्ध्य है) । तो पर्दे के उस बिंदु पर जहाँ पथांतर λ/4 हैं, तीव्रता होगी :-

(A) K (B) K/4 (C) K/2 (D) शून्य

Ans. C

Sol.

$I_{resu.} = 4\,I\cos^2\frac{\pi}{\lambda}.\Delta x$

$$\frac{K = 4I\cos^2\frac{\pi}{\lambda}\cdot\lambda}{K' = 4I\cos^2\frac{\pi}{\lambda}\cdot\frac{\lambda}{4}}$$

$K' = K/2$

7. The interference pattern is obtained with two coherent light sources of intensity ratio 4 : 1 and the ratio $\frac{I_{max}+I_{min}}{I_{max}-I_{min}}$ is $\frac{5}{x}$. Then, the value of x will be equal to :

दो कलासंबद्ध प्रकाश स्त्रोतों की तीव्रताओं का अनुपात 4 : 1 है, से व्यतिकरण प्रतिरूप प्राप्त किया जाता है एवं $\frac{I_{max}+I_{min}}{I_{max}-I_{min}}$ का अनुपात $\frac{5}{x}$ है। तब x का मान किसके बराबर होगा?

(A) 3 (B) 4 (C) 2 (D) 1

Ans. B

Sol. $\frac{I_1}{I_2} = 4$

$$\frac{I_{max}}{I_{min}} = \left[\frac{\sqrt{I_1}+\sqrt{I_2}}{\sqrt{I_1}-\sqrt{I_2}}\right]^2$$

$$\frac{I_{max}}{I_{min}} = \left[\frac{2\sqrt{I_2}+\sqrt{I_2}}{2\sqrt{I_2}-\sqrt{I_2}}\right]^2$$

$$\frac{I_{max}}{I_{min}} = 9$$

$$\frac{I_{max}+I_{min}}{I_{max}-I_{min}} = \frac{10}{8}$$

$$\frac{5}{x} = \frac{10}{8}$$

$x = 4$

8. Frequency of tuning fork A is 256 Hz. It produces four beats/second with tuning fork B. When wax is applied at tuning fork B then 6 beats/second are heard. By reducing little amount of wax
4 beats/second are heard. Frequency of B is :

एक स्वरित्र A की आवृत्ति 256 हर्ट्ज है। इसको एक दूसरे स्वरित्र B के साथ बजाने दर 4 विस्पन्द/सेकण्ड सुनाई देते है, जब B पर कुछ मोम लगा दिया जाता है तो 6 विस्पन्द/सेकण्ड सुने जाते हैं। मोम की मात्रा कम कर देने पर फिर 4 विस्पन्द/सेकण्ड सुने जाते हैं। B की आवृत्ति है :

(A) 250 Hz

(B) 260 Hz

(C) 252 Hz

(D) 256 Hz

Ans. B

9. A string of linear mass density 4 g/cm is vibrating according to equation :-

$y = A\sin(120\pi t)\cos\left(\frac{2\pi}{5}x\right)$ where x is in centimeters. Find the tension in the string

4 g/cm रेखीय द्रव्यमान घनत्व की एक डोरी समीकरण

$y = A\sin(120\pi t)\cos\left(\frac{2\pi}{5}x\right)$ के अनुसार कम्पन्न कर रही है, जहाँ x सेमी में है।

डोरी में तनाव होगा

(A) 3.6 N (B) 36 N (C) 7.2 N (D) 72 N

Ans. A

Sol. $v = \frac{\omega}{K} = \frac{120\pi}{\left[\frac{2\pi}{5\times10^{-2}}\right]} = 300\times10^{-2} = 3$

$v = \sqrt{\frac{T}{m}}$

$\because\ m = \frac{4\times10^{-3}}{10^{-2}} = 4\times10^{-1}$

$3 = \sqrt{\frac{T}{0.4}} \Rightarrow 9\times0.4 = T$

$T = 3.6$ N

10. A sonometer wire, 100cm in length has a fundamental frequency of 330 Hz. The velocity of propagation of transverse wave along the wire is :-

100 cm लम्बाई वाले स्वरमापी तार की मूल आवृति 330 Hz है। तार के अनुदिश अनुप्रस्थ तरंग के संचरण का वेग है :-

(A) 330 m/s (B) 660 m/s (C) 115 m/s (D) 990 m/s

Ans. B

Sol. For fundamental mode,

$\frac{\lambda}{2} = 100$ or $\lambda = 200$ cm $= 2$m

$\therefore\ v = f\lambda = 330\times2 = 660$ m/s

11. At what temperature is the rms velocity of a hydrogen molecule equal to that of an oxygen molecules at 47° C ?

किस ताप पर हाइड्रोजन के अणुओं का वर्ग माध्य मूल वेग 47°C पर ऑक्सीजन के अणुओं के वर्ग माध्य मूल वेग के बराबर हो जाएगा ?

(A) 80 K (B) −73 K (C) 3 K (D) 20 K

Ans. D

Sol. $V_{rms_{H_2}} = V_{rms_{O_2}}$

$\sqrt{\frac{3R\times T}{2}} = \sqrt{\frac{3R\times320}{32}}$

$T = 20$K

12. During an adiabatic process, the pressure of a gas is found to be proportional to the cube of its absolute temperature. The ratio C_P/C_V for the gas is-

रूद्धोष्म प्रक्रम के दौरान, किसी गैस का दाब, परम ताप के घन के समानुपाती है। गैस के लिये C_P/C_V का मान होगा

(A) 4/3 (B) 2 (C) 5/3 (D) 3/2

Ans. D

Sol.

$P \propto T^3$

$P = KT^3$

$P = KT^{-\gamma/1-\gamma}$

$\therefore 3 = \frac{-\gamma}{1-\gamma} \Rightarrow \gamma = \frac{3}{2}$

13. The work of 146 kJ is performed in order to compress one kilo mole of a gas adiabatically and in this process the temperature of the gas increases by 7°C. The gas is- (R = 8.3 J/mole-K)

(A) diatomic

(B) triatomic

(C) a mixture of monoatomic and diatomic

(D) monoatomic

एक गैस के एक किलो मोल को रूद्धोष्म रूप से संपीडित करने में 146 किलोजूल का कार्य किया जाता है। और प्रक्रम में गैस का तापमान 7°C से बढ़ता है। गैस है -
(R = 8.3 जूल/मोल - K)

(A) द्विपरमाणुक

(B) त्रिपरमाणुक

(C) एक परमाणुक और द्विपरमाणुक का मिश्रण

(D) एक परमाणुक

Ans. A

Sol. Given : Increase in temperature , $\Delta T = T_2 - T_1 = 7^oC$

Work done on the system, $W = 146kJ = 146 \times 1000J$

Number of moles of gas, $n = 1000$

Work done in adiabatic process, $W = \frac{nR(T_2 - T_1)}{\gamma - 1}$

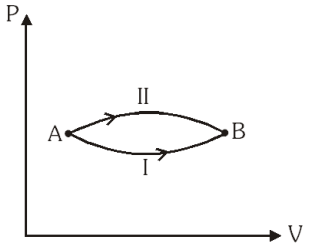
$\Rightarrow 146000 = \frac{1000 \times 8.3 \times 7}{\gamma - 1}$

$\Rightarrow \gamma - 1 = 0.39$

$\Rightarrow \gamma \approx 1.4$

$\Rightarrow$ The gas is diatomic in nature.

14. A system goes from A to B via two processes I and II as shown in figure.



If ΔU_1 and ΔU_2 are the changes in internal energies in the processes I and II respectively then-

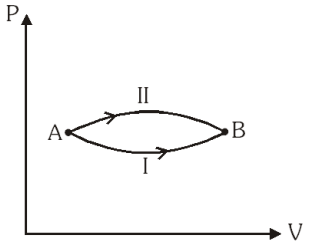
(A) $\Delta U_1 = \Delta U_2$

(B) relation between ΔU_1 and ΔU_2 cannot be determined

(C) $\Delta U_2 > \Delta U_1$

(D) $\Delta U_2 < \Delta U_1$

कोई निकाय आरेख में दर्शाए अनुसार दो प्रक्रियाओं I तथा II से होकर A से B का गमन करता है।



यदि प्रक्रियाओं I तथा II में आन्तरिक ऊर्जाओं में होने वाले परिवर्तन क्रमशः ΔU_1 तथा ΔU_2 हैं, तो

(A) $\Delta U_1 = \Delta U_2$

(B) ΔU_1 तथा ΔU_2 के बीच के सम्बन्ध को निर्धारित नहीं किया जा सकता

(C) $\Delta U_2 > \Delta U_1$

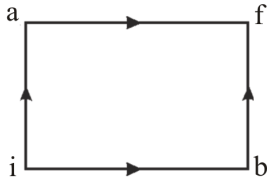
(D) $\Delta U_2 < \Delta U_1$

Ans. A

Sol.

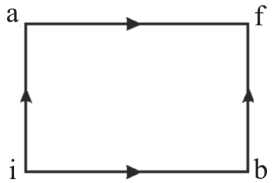
Change in internal energy is path independent $\Delta U_1 = \Delta U_2$

15. When a system is taken from state i to state f along the path iaf, it is found that Q = 50 cal and W = 20 cal. Along the path ibf Q = 36 cal. W along the path ibf is-



(A) 6 cal (B) 16 cal (C) 66 cal (D) 14 cal

जब एक निकाय को अवस्था i से अवस्था f तक iaf पथ पंक्ति द्वारा ले जाया जाता है, तब Q = 50 कैलोरी तथा W = 20 कैलोरी। पथ ibf के अनुदिश Q = 36 कैलोरी। पथ ibf के अनुदिश W का मान है



(A) 6 कैलोरी (B) 16 कैलोरी (C) 66 कैलोरी (D) 14 कैलोरी

Ans. A

Sol. $dQ = dU + dW$

Along iaf.

$50 = 20 + dU$

$dU = 30$ cal

Along ibf

$36 = 30 + dW$

$dW = 6$ cal

16. Two gases A and B are contained in the same vessel which is at temperature T. The number of molecules of gas A is N and mass of each molecule is m. The number of molecules of gas B is 2N and mass of its each molecule is 2m. If mean square velocity of molecules of gas B is v^2 and mean square velocity of x component of velocity of molecules of gas A is u_x^2 then u_x^2/v^2 is :-

एक ही बर्तन में T K ताप पर दो गैसें A तथा B भरी हैं। गैस A के अणुओं की संख्या N तथा प्रत्येक अणु का द्रव्यमान m है। गैस B के अणुओं की संख्या 2N तथा प्रत्येक अणु का द्रव्यमान 2m है। यदि गैस B के अणुओं की औसत वर्ग-माध्य चाल v^2 तथा गैस A के अणुओं की वर्ग-माध्य चाल के x-घटक का मान u_x^2 है, तब u_x^2/v^2 का मान है :-

(A) 1 : 3 (B) 3 : 1 (C) 3 : 2 (D) 2 : 3

Ans. D

Sol. Molecular weights

$$MA = 6.02 \times 10^{23} \text{ m}$$

and $MB = 2 \times 6.02 \times 10^{23}$ m

Also mean square velocity

$$v^2 = \frac{3RT}{M} \Rightarrow v^2 \propto \frac{1}{M}$$

$$\frac{v_B^2}{v_A^2} = \frac{M_A}{M_B} = \frac{1}{2}$$

Now we have given

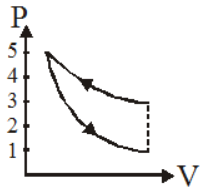
$$v_A^2 = 3u_x^2$$

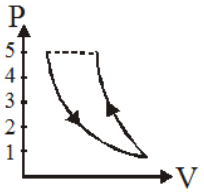
$$\therefore \frac{v_B^2}{3u_x^2} = \frac{1}{2}$$

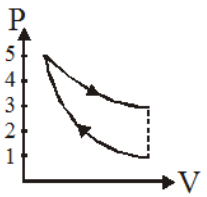
$$\text{or } \frac{u_x^2}{v_B^2} = \frac{2}{3}$$

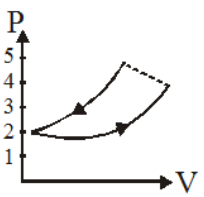
17. A fixed mass of air at 1 atmospheric pressure is compressed adiabatically to 5 atmospheres and allowed to expand isothermally to its original volume. The process is represented in which one of the following indicator diagrams :-

वायु के निश्चित द्रव्यमान को 1 वायुमण्डलीय दाब पर रूद्धोष्म अवस्था में 5 वायुमण्डलीय दाब तक संपीड़ित किया गया है और पुनः समतापीय अवस्था में इसका प्रारम्भिक आयतन तक प्रसार किया जाता है। इस प्रक्रम को निम्न में से कौन-से सूचक चित्र (indicator diagram) से प्रदर्शित किया जाता है ?

(A) 

(B) 

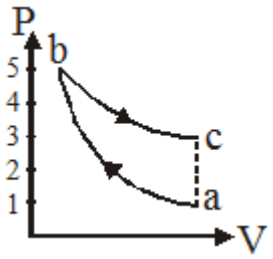
(C) 

(D) 

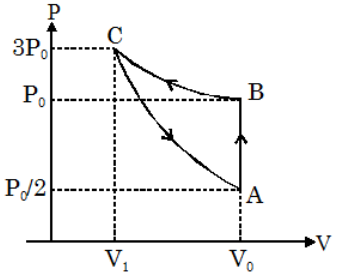
Ans. C

Sol.

First of all, the air is compressed adiabatically, it is represented by curve ab in the figure. bc represents the isothermal expansion to its original volume. It is to be noted that the adiabatic curve is steeper than the isothermal curve.

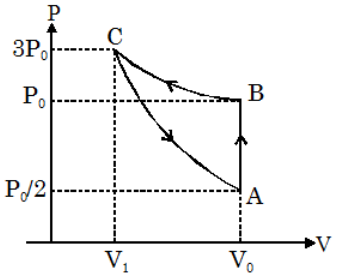


18. One mole of an ideal gas is carried through a thermodynamic cycle as shown in the figure. The cyclic process consists of an isochoric, an isothermal and an adiabatic process.
Find adiabatic coefficient of gas :



(A) $\frac{5}{3}$ (B) $\frac{\ell n5}{\ell n3}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{\ell n6}{\ell n3}$

एक मोल आदर्श गैस को चित्रानुसार एक ऊष्मागतिक चक्र से होकर गुजारा जाता है। यह चक्रीय प्रक्रम एक समआयतनिक, एक समतापीय व एक रूद्धोष्म प्रक्रम से मिलकर बना है। गैस का रूद्धोष्म गुणांक होगा :-



(A) $\frac{5}{3}$ (B) $\frac{\ell n5}{\ell n3}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{\ell n6}{\ell n3}$

Ans. D

Sol. BC :

$P_0V_0 = 3P_0V_1$

$V_1 = \frac{V_0}{3}$

AC

$\frac{P_0}{2} v_0^{\gamma} = 3P \left(\frac{v_0}{3}\right)^{\gamma}$

$3^{\gamma} = 6$

$\gamma \lambda n\, 3 = \lambda n\, 6$

$\gamma = \frac{\ell n6}{\ell n3}$

19. An ideal gas is expanding such that PT^2 = constant. The coefficient of volume expansion of the gas is :

एक आदर्श गैस इस प्रकार से फैलती है कि PT^2 = अचल है। गैस का आयतन-प्रसार गुणांक है -

(A) $\frac{1}{T}$ (B) $\frac{2}{T}$

(C) $\frac{3}{T}$ (D) $\frac{4}{T}$

Ans. C

20. A container with insulating walls is divided into two equal parts by a partition fitted with a valve. One part is filled with an ideal gas at a pressure P and temperature T, whereas the other part is completely evacuated. If the valve is suddenly opened, the pressure and temperature of the gas will be :-

अवरोधी दीवारों वाले एक पात्र को एक वाल्व से समंजित विभाजक द्वारा दो एकसमान भागों में बाँटा जाता है। एक भाग को दाब P तथा तापमान T पर एक आदर्श गैस से भरा जाता है जबकि दूसरे भाग में निर्वात लाया जाता है। यदि वाल्व को अचानक खोल दिया जाए, तब गैस का दाब और तापमान होगा :-

(A) $\frac{P}{2}$, T (B) $\frac{P}{2}, \frac{T}{2}$

(C) P, T (D) P, $\frac{T}{2}$

Ans. A

SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 10 questions Candidates have to attempt any 5 questions out of 10. If more than 5 questions are attempted, then only first 5 attempted questions will be evaluated.

The answer to each question is a **Numerical Value.**

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : –1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खंड में 10 प्रश्न हैं। उम्मीदवारों को 10 में से किसी भी 5 प्रश्न का प्रयास करना है। यदि 5 से अधिक प्रश्नों का प्रयास किया जाता है, तो केवल पहले 5 प्रश्नों का मूल्यांकन किया जाएगा।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर **संख्यात्मक मान (Numerical Value)** है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में, उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।)

प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

ऋणात्मक अंक : –1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

1. The amplitude of the electric field in a plane electromagnetic wave in vaccum is 9×10^{-3} V/m. The amplitude of the magnetic field will be $x \times 10^{-11}$ T where x is :

एक समतलीय वैद्युत चुम्बकीय तरंग में वैद्युत क्षेत्र का निर्वात में आयाम 9×10^{-3} वोल्ट/मीटर है। चुम्बकीय क्षेत्र का आयाम $x \times 10^{-11}$ T होगा तो x है-

Ans. 3

Sol. $\frac{E_0}{B_0} = C \Rightarrow B_0 = \frac{9 \times 10^{-3}}{3 \times 10^8}$

$B_0 = 3 \times 10^{-11}$ T

2. If two waves represented by $y_1 = 4\sin\omega t$ and $y_2 = 3\sin(\omega t + \pi/2)$, interfere at a point. Then calculate the amplitude of the resulting wave :

यदि $y_1 = 4\sin\omega t$ और $y_2 = 3\sin(\omega t + \pi/2)$ द्वारा निरूपित दो तरंगे एक बिन्दु पर व्यतिकरण करती है। परिणामी तरंग का आयाम ज्ञात करो।

Ans. 5

Sol. $A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos\phi}$

$= \sqrt{3^2 + 4^2 + 2 \times 3 \times 4\cos\pi/2}$

$= \sqrt{9 + 16 + 0}$

$= \sqrt{25} = 0$

3. Two beams, A and B, of plane polarized light with mutually perpendicular planes of polarization are seen through a polaroid. From the position when the beam A has maximum intensity (and beam B has zero intensity), a rotation of polaroid through 60° makes the two beams appear equally bright. If the initial intensitites of the two beams are I_A and I_B respectively, then $\frac{I_A}{I_B}$ equals :

ध्रुवण के अन्योन्य लम्बवत् तलों समतल ध्रुवीय प्रकाश की दो पुंज A तथा B एक पोलरायड द्वारा देखी जाती है। उस स्थिति से जहाँ पुंज A की अधिकतम तीव्रता है (और पुंज B की शून्य तीव्रता है) पोलराइयड का 60° से घूर्णन दोनों पुंजों को एकसमान द्युतिमान प्रतीत होता है। यदि दोनों पुँजों की प्रारम्भिक तीव्रताएँ क्रमशः I_A तथा I_B हैं, तब $\frac{I_A}{I_B}$ का मान है :

Ans. 3

Sol. $I_A \cos^2 60° = I_B \cos^2 30°$

$$\frac{I_A}{I_B} = \frac{3/4}{\frac{1}{4}} = \frac{3}{1}$$

4. Velocity of sound in air is 330 m/s. For a particular sound in air, a path difference of 40 cm is equivalent to a phase difference of 1.6π. The frequency of the wave in Hz is :-

वायु में ध्वनि की चाल 330 m/s है। वायु में एक निश्चित ध्वनि के लिए, 40 cm का पथान्तर, 1.6π के कलान्तर के तुल्य होता है। तरंग की आवृत्ति (Hz में) है :-

Ans. 660

Sol. $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$

$$1.6\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{40}{100} \Rightarrow \lambda = 1/2 \text{ m}$$

$$\therefore \quad f = \frac{v}{\lambda} = \frac{330}{1/2} = 660 \text{ Hz}$$

5. The displacement of a particle executing periodic motion is given by :-

$y = 4\cos^2(t/2)\sin(1000\,t)$

The expression may be considered to be a result of superposition of :-

आवर्त गति करते हुये एक कण का विस्थापन है :-

$y = 4\cos^2(t/2)\sin(1000\,t)$

यह व्यंजक निम्न के अध्यारोपण का परिणाम हो सकता है :-

Ans. 3

Sol. $y = 4\cos^2(t/2)\sin(1000t)$

$= 2\,[2\cos^2(t/2)\sin(1000t)]$

$= 2\,(1+\cos t)\sin(1000t)$

$= 2\sin(1000t) + 2\sin(1000t)\cos t$

$= 2\sin(1000t) + \sin(1001t) + \sin(999t)$

6. At what temperature, the mean kinetic energy of O_2 will be the same for H_2 molecules at $-73°C$:-

किस तापक्रम पर ऑक्सीजन गैस के अणुओं की औसत गतिज ऊर्जा $-73°C$ पर H_2 के अणुओं की औसत गतिज ऊर्जा के बराबर होगी :-

Ans. -73

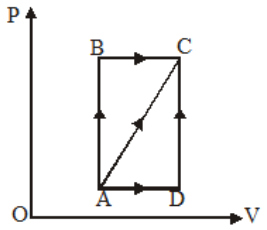
Sol. Mean kinetic energy of molecule depends upon temperature only. For O_2 it is same as that of H_2 at the same temperature of $-73°C$.

7. A thermodynamic process is shown in the figure. The pressures and volumes corresponding to some points in the figure are:

$P_A = 3 \times 10^4$ Pa, $P_B = 8 \times 10^4$ Pa and

$V_A = 2 \times 10^{-3}$ m^3, $V_D = 5 \times 10^{-3}$ m^3

In process AB, 600 J of heat is added to the system and in process BC, 200 J of heat is added to the system. The change in internal energy of the system in process AC would be:-

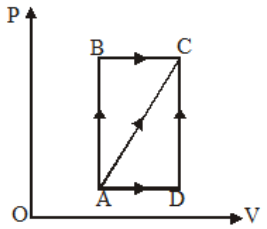


ऊष्मागतिक प्रक्रम चित्र में प्रदर्शित है तथा बिन्दुओं के संगत दाब व आयतन दिए गए हैं :

$P_A = 3 \times 10^4$ पास्कल, $P_B = 8 \times 10^4$ पास्कल तथा

$V_A = 2 \times 10^{-3}$ मी^{3}, $V_D = 5 \times 10^{-3}$ मी^{3}

AB प्रक्रम में निकाय को 600 जूल ऊष्मा दी जाती है तथा BC प्रक्रम में निकाय को 200 जूल ऊष्मा दी जाती है। AC प्रक्रम में निकाय की आंतरिक ऊर्जा में परिवर्तन होगा :-



Ans. 560

Sol. By adjoining graph $W_{AB} = 0$ and

$W_{BC} = 8 \times 10^4[5-2] \times 10^{-3} = 240J$

$\therefore W_{AC} = W_{AB} + W_{BC} = 0 + 240 = 240J$

Now, $\Delta Q_{AC} = \Delta Q_{AB} + \Delta Q_{BC} = 600 + 200 = 800J$

From FLOT $\Delta Q_{AC} = \Delta U_{AC} + \Delta W_{AC}$

$\Rightarrow 800 = \Delta U_{AC} + 240 \Rightarrow \Delta U_{AC} = 560$ J

8. A diatomic ideal gas is compressed adiabatically to 1/32 of its initial volume. If the initial temperature of the gas is T_i (in Kelvin) and the final temperature is αT_i, the value of α is

एक द्विपरमाणुक आदर्श गैस को इसके प्रारंभिक आयतन के 1/32 वें भाग तक रूद्धोष्म रूप से संपीडित किया जाता है। यदि गैस का प्रारंभिक तापमान T_i (केल्विन में) है तथा अंतिम तापमान αT_i है तो α का मान कितना है?

Ans. 4

Sol. $T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1}$

$T_i.V^{7/5-1} = T_2.\left(\frac{1}{32}V\right)^{7/5-1}$

$T_2 = 4T_i = \alpha T_i$

$\alpha = 4$

9. A gaseous mixture consists of 16 gm of helium and 16 gm of oxygen. (The ratio of C_p/C_v of the mixture is $\frac{N}{100}$. The value of N is:)

एक गैस के मिश्रण में 16 ग्राम हीलियम तथा 16 ग्राम ऑक्सीजन है। (इस मिश्रण के लिये C_p/C_v का मान यदि $\frac{N}{100}$ है तो N का मान होगा)

Ans. 162

10. 5.6 liter of helium gas at STP is adiabatically compressed to 0.7 liter. Taking the initial temperature to be T_1, (The work done in the process is $\frac{N}{8}RT$, the value of 'N' is :-)

STP पर स्थित 5.6 लीटर हीलियम गैस को रूद्धोष्म प्रक्रम द्वारा 0.7 लीटर कर दिया जाता है। यदि आरम्भिक तापमान को T_1 माने, (तब इस प्रक्रम में किया गया कार्य यदि $\frac{N}{8}RT$ है तो N का मान होगा)

Ans. 9

Topic : d-Block Compounds, p-Block Elements, f-Block Elements & Chemical Equilibrium

PART-2 : CHEMISTRY
भाग-2 : रसायन विज्ञान

SECTION-I : (Maximum Marks: 80)

This section contains **20 questions**. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) **Only one option is correct**. For each question, marks will be awarded as follows:

Full Marks : +4 If correct answer is selected.

Zero Marks : 0 If none of the option is selected.

Negative Marks : –1 If wrong option is selected.

खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

इस खंड में **20 प्रश्न** हैं। प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) **केवल एक विकल्प सही** है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएंगे:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

ऋणात्मक अंक : –1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।

1. Which of the following compounds of nitrogen is coloured ?

इनमें नाइट्रोजन का रंगीन यौगिक कौन सा है ?

(A) NO_2 (B) NH_3 (C) N_2O (D) N_2O_4

Ans. A

Sol. NO_2 is a reddish-brown gas.

2. Which of the following ion has maximum complex forming tendency ?

इनमें से किस आयन में संकुल बनाने की क्षमता सर्वाधिक होगी ?

(A) La^{+3} (B) Ce^{+3} (C) Eu^{+3} (D) Lu^{+3}

Ans. D

Sol. Complex forming tendency $\propto$ polarising power (ϕ)

3. Which of the following reaction is not feasible :–

निम्न में से कौनसी अभिक्रिया संभव नहीं है :–

(A) $F_2 + 2Cl^- \longrightarrow 2F^- + Cl_2$

(B) $Cl_2 + 2Br^- \longrightarrow 2Cl^- + Br_2$

(C) $Br_2 + 2F^- \longrightarrow 2Br^- + F_2$

(D) $Br_2 + 2I^- \longrightarrow 2Br^- + I_2$

Ans. C

Sol. $Br_2 + 2F^- \longrightarrow 2Br^- + F_2$
(this reaction is not possible)

4. In content of the lanthanoids, which of the following statements is not correct ?

(A) Because of similar properties the separation of langhanoids is not easy

(B) Availability of 4f electrons results in the formation of compounds in +4 state for all the members of the series

(C) There is a gradual decrease in the radii of the members with increasing atomic number in the series

(D) All the members exhibit +3 oxidation state

लैंथेनोयडों के सम्बंध में निम्न कथन दिये जाते हैं। इनमें से कौनसा एक सही नहीं है ?

(A) समान गुणधर्म के कारण लैंथेनायडों का पृथ्थक्करण आसान नहीं होता है।

(B) 4f इलेक्ट्रॉनों की उपलब्धता का परिणाम है कि इस श्रेणी के सभी सदस्य +4 ऑक्सीकरण अवस्था प्रदर्शित करते हैं।

(C) परमाणु संख्या के बढ़ने के साथ श्रेणी में परमाणु त्रिज्याएं धीरे-धीरे घटती रहती हैं

(D) सभी सदस्य +3 ऑक्सीकरण अवस्था प्रदर्शित करते हैं

Ans. B

Sol. All lanthanoids do not show + 4 oxidation state.

5. Which of the following statement is not correct?

(A) $La(OH)_3$ is less basic than $Lu(OH)_3$

(B) In lanthanide series, ionic radius of Ln^{3+} ions decreases

(C) La is actually an element of transition series rather than lanthanide series

(D) Atomic radii of Zr and Hf are same because of lanthanide contraction.

कौनसा कथन सत्य नहीं है ?

(A) $La(OH)_3$, $Lu(OH)_3$ से कम क्षारीय है।

(B) लैंथेनाइड श्रेणी में, Ln^{3+} आयनों की आयनिक त्रिज्या घटती है।

(C) La संक्रमण श्रेणी का तत्व है न कि लैंथेनाइड श्रेणी का।

(D) लैंथेनाइड संकुचन के कारण Zr व Hf की परमाण्विक त्रिज्या लगभग समान है।

Ans. A

Sol. Order of basic strength in hydroxides of lanthanoids:-
$La(OH)_3 > Ce(OH)_3 > Pr(OH)_3 > .....> Lu(OH)_3$

6. CeO_2 is :-

(A) a good oxidising agent

(B) Diamagnetic in nature

(C) Colourless compound

(D) All of these

CeO_2 कौन से गुण दर्शाता है ?

(A) एक अच्छा ऑक्सीकारक

(B) प्रतिचुम्बकीय

(C) रंगहीन यौगिक

(D) उपरोक्त सभी

Ans. D

Sol.

$$\overset{+4}{Ce}^{+4} \xrightarrow{\text{Reduction}} Ce^{+3}$$

$\overset{+4}{Ce}O_2$ Oxidising agent (It has zero unpaired e^-)

7. Magnetic moment of x^{n+} is $\sqrt{24}$ B.M. Hence No. of unpaired electron and value of 'n' respectively. (Atomic number = 26)

x^{n+} का चुम्बकीय आघूर्ण $\sqrt{24}$ B.M. है। अतः अयुग्मित इलेक्ट्रॉनों की संख्या तथा 'n' का मान क्रमशः है (परमाणु संख्या = 26)

(A) 4 , 3 (B) 3 , 5 (C) 4 , 2 (D) 4 , 1

Ans. C

Sol. X^{n+}

$\mu = \sqrt{24} = 4.92$ BM

$n = 4 =$ No. of unpaired e^-

$Fe^{+2} \Rightarrow [Ar]\ 4s^2\ 3d^6$

× | ↿⇂ | 1 | 1 | 1 | 1 |

$n = 2$

8. The oxidation number is changed in which of the following case :-

(A) SO_2 gas is passed into $Cr_2O_7^{2-}/H^+$

(B) Aqueous solution of is CrO_4^{2-} acidified

(C) CrO_2Cl_2 is dissolved in NaOH

(D) $Cr_2O_7^{2-}$ solution is made alkaline

इनमें से किस प्रक्रिया में ऑक्सीकरण अवस्था में बदलाव हो रहा है :-

(A) SO_2 गैस को $Cr_2O_7^{2-}/H^+$ में प्रवाहित करना

(B) CrO_4^{2-} के जलीय विलयन का अम्लीकरण

(C) CrO_2Cl_2 का NaOH में मिश्रण

(D) $Cr_2O_7^{2-}$ विलयन को क्षारीय बनाना

Ans. A

Sol.

(1) $\overset{+6}{Cr_2}O_7^{2-} + \overset{+4}{SO_2} + 2H^+ \rightarrow 2\overset{+3}{Cr}^{3+} + 3\overset{+6}{SO_4^{2-}} + H_2O$

(2) $2\overset{+6}{Cr}O_4^{2-} + 2H^+ \rightarrow \overset{+6}{Cr_2}O_7^{2-} + H_2O$

(3) $\overset{+6}{Cr}O_2Cl_2 + 2NaOH \rightarrow Na_2\overset{+6}{Cr}O_4$

(4) $\overset{+6}{Cr_2}O_7^{2-} + 2OH^- \rightarrow 2\overset{+6}{Cr}O_4^{2-} + H_2O$

9. Which of the following statements is concerning transition elements is not true ?

(A) They are all metals

(B) They easily form complexes

(C) Compounds containing their ions are coloured

(D) They show multiple oxidation states always differing by two units

संक्रमण तत्वों के संदर्भ में असत्य कथन कौनसा है ?

(A) ये सभी धातु हैं।

(B) ये सभी आसानी से संकुल बनाते हैं।

(C) इनके यौगिकों में आयन रंगीन होते हैं।

(D) ये सभी परिवर्तनशील ऑक्सीकरण अवस्था दर्शाते हैं जिनके मध्य दो इकाई का अंतर होता है।

Ans. D

Sol. Variable oxidation states in d-block elements differ by one unit.

10. Consider the following reaction

$2Cu^{2+} + X^{-} \longrightarrow Cu_2X_2(s) + X_2$

Then X^{-} can be :

दी गई अभिक्रिया में

$2Cu^{2+} + X^{-} \longrightarrow Cu_2X_2(s) + X_2$

X^{-} क्या हो सकता है ?

(A) F^{-} (B) Cl^{-} (C) Br^{-} (D) I^{-}

Ans. D

Sol. $2Cu^{2+} + 4I^{-} \longrightarrow Cu_2I_2 + I_2$

11. The volume of the reaction vessel containing an equilibrium mixture is increased in the following reaction

$SO_2Cl_2(g) \rightleftharpoons SO_2(g) + Cl_2(g)$

When equilibrium is re-established :

(A) the amount of $Cl_2(g)$ remains unchanged (B) the amount of $Cl_2(g)$ increases

(C) the amount of $SO_2Cl_2(g)$ increases (D) the amount of $SO_2(g)$ decreases

निम्न अभिक्रिया में साम्य मिश्रण युक्त अभिक्रिया पात्र का आयतन बढ़ाया गया

$SO_2Cl_2(g) \rightleftharpoons SO_2(g) + Cl_2(g)$

जब साम्य पुनः स्थापित होता है तो :

(A) $Cl_2(g)$ की मात्रा अपरिवर्तित रहती है (B) $Cl_2(g)$ की मात्रा बढती है।

(C) $SO_2Cl_2(g)$ की मात्रा बढती है (D) $SO_2(g)$ की मात्रा घटती है

Ans. B

Sol. On increasing volume at equilibrium, it shifts in that direction in which number of moles is high.

12. For the following reaction :

$A + 2B \rightleftharpoons C + 3D$; if the partial pressure of all the four substances A,B,C and D at equilibrium are 0.20, 0.10, 0.30 and 0.50 respectively, then calculate the equilibrium constant :

(A) 18.75 (B) 5.3 (C) 11.25 (D) None of these

निम्न अभिक्रिया के लिए : $A + 2B \rightleftharpoons C + 3D$

यदि साम्यवस्था पर समस्त चारों पदार्थो A,B,C तथा D के आंशिक दाब क्रमशः 0.20, 0.10, 0.30 तथा 0.50 हैं, तो साम्यस्थिरांक की गणना कीजिए :

(A) 18.75 (B) 5.3 (C) 11.25 (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. A

Sol. $K_P = \frac{(P_c) \times (P_D)^3}{(P_A) \times (P_B)^2} = \frac{0.3 \times (0.5)^3}{0.2 \times (0.1)^2}$

$= \frac{0.0375}{0.002} = 18.75$

13. One mole of a compound AB reacts with one mole of a compound CD according to the equation

$AB + CD \rightleftharpoons AD + CB$

When equilibrium had been established it was found that 3/4 mole each of reactant AB and CD had been converted to AD and CB. There is no change in volume. The equilibrium constant for the reaction is :

यदि एक मोल यौगिक AB, एक मोल यौगिक CD से निम्न अनुसार अभिक्रिया करता है

$AB + CD \rightleftharpoons AD + CB$

साम्य स्थापित होने पर यह पाया गया की प्रत्येक क्रियाकारक AB तथा CD के 3/4 मोल उत्पाद AD तथा CB में परिवर्तित हो गये हैं। आयतन में कोई परिवर्तन नहीं है। अभिक्रिया के लिए साम्य स्थिरांक है।

(A) $\frac{9}{16}$ (B) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{16}{9}$ (D) 9

Ans. D

Sol. $AB + CD \rightleftharpoons AD + CD$

mole at t = 0 1 1 0 0

Mole at equilibrium

$\left(1-\frac{3}{4}\right) \quad \left(1-\frac{3}{4}\right) \rightleftharpoons \left(\frac{3}{4}\right) \quad \left(\frac{3}{4}\right)$

0.25 0.25 $\rightleftharpoons$ 0.75 0.75

$K_c = \frac{0.75 \times 0.75}{0.25 \times 0.25} = 9$

14. A sample of HI(g) is placed in flask at a pressure of 0.2 atm. At equilibrium, the partial pressure of HI(g) is 0.04 atm. What is K_c for the given equilibrium at 427°C

$2HI(g) \rightleftharpoons H_2(g) + I_2(g)$

HI(g) का नमुना फ्लॉस्क में 0.2 atm. दाब पर रखा गया है। साम्य पर HI(g) का आंशिक दाब 0.04 atm. है। 427° C पर दिए गए साम्य के लिए K_c क्या है -

$2HI(g) \rightleftharpoons H_2(g) + I_2(g)$

(A) 6 (B) 16 (C) 4 (D) 2

Ans. C

Sol.

	$2HI$	$\rightleftharpoons$	H_2	+	I_2
at t = 0	0.2		0		0
at t = E_q^m	(0.2 − 2P)		P		P

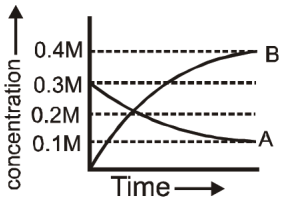
$(0.2 - 2P) = 0.04$

$\Rightarrow 0.2 = 0.04 + 2P$

$P = 0.08$

$K_P = \dfrac{0.08 \times 0.08}{0.04 \times 0.04} = 4$

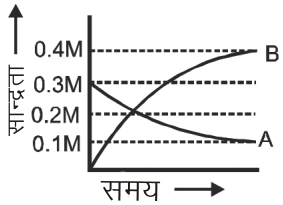
15. The figure show the change in concentration of species A and B as a function of time. The equilibrium constant K_C for the reaction $A(g) \rightleftharpoons 2B(g)$ is :



(A) $K_c > 1$ (B) $K_c < 1$ (C) $K_c = 1$ (D) data insufficient

निम्न चित्र स्पीशिज A तथा B की सान्द्रता में परिवर्तन को समय के फलन के साथ प्रदर्शित करता है। अभिक्रिया के लिए साम्य स्थिरांक K_C है :-

$A(g) \rightleftharpoons 2B(g)$



(A) $K_c > 1$ (B) $K_c < 1$ (C) $K_c = 1$ (D) आँकडे अपर्याप्त

Ans. A

Sol. $K_C = \dfrac{0.4 \times 0.4}{0.1} = 1.6$

16. Relation between K_p & K_c for the given reaction :-

$$2A_{(g)} + 3B_{(s)} \rightleftharpoons 3C_{(g)} + D_{(g)}$$

$2A_{(g)} + 3B_{(s)} \rightleftharpoons 3C_{(g)} + D_{(g)}$

उपरोक्त अभिक्रिया के लिए K_p तथा K_c में सम्बंध होगा :-

(A) $K_P = K_C (RT)^{-2}$ (B) $K_C = K_P (RT)^2$

(C) $K_P = K_C (RT)^{-1}$ (D) $K_C = K_P (RT)^{-2}$

Ans. D

Sol. $\Delta n_{(g)} = n_{P_{(g)}} - n_{R_{(g)}} = 2$

$K_P = K_C (RT)^2$

17. In a reaction A + 2B ⇌ 2C. If 2 mole of A, 3 mole of B and 2 mole of C are placed in a 2 lit flask and at the equilibrium 4 mole of C were found then find the value of K_C :-

अभिक्रिया A + 2B ⇌ 2C में यदि प्रारम्भ में 2 मोल A, 3 मोल B तथा 2 मोल C एक 2 लीटर के पात्र में उपस्थित है तथा साम्यावस्था पर C के 4 मोल प्राप्त होते है तो K_C का मान ज्ञात कीजिए :-

(A) 16 (B) 32 (C) 8 (D) 24

Ans. B

Sol.

	A +	2B	⇌	2C
moles at t = 0	2	3		2
moles at t = $t_{eq.}$	2−x	3−2x		2+2x

∵ 2 + 2x = 4

2x = 4 − 2

$x = \frac{2}{2} = 1$

at $t = t_{eq.}$, moles of A = 2 − x = 2 − 1 = 1

moles of B = 3 − 2x = 3 − 2 × 1 = 1

moles of C = 2 + 2x = 2 + 2 × 1 = 4

$[A] = \frac{1}{2}$

$[B] = \frac{1}{2}$

$[C] = \frac{4}{2} = 2$

$K_C = \frac{[C]^2}{[A][B]^2}$

$= \frac{(2)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 32$

18. $N_{2(g)} + 3H_{2(g)} \rightleftharpoons 2NH_{3(g)}$

Initially the molar ratio of N_2 and H_2 was 1 : 3. At equilibrium 50% of each reactant has reacted. If the equilibrium pressure is P then the partial pressure of NH_3 at equilibrium is :-

$N_{2(g)} + 3H_{2(g)} \rightleftharpoons 2NH_{3(g)}$

प्रारम्भ में N_2 एवं H_2 का मोलर अनुपात 1 : 3 था। साम्य पर प्रत्येक अभिकारक का 50% अभिक्रिया करता है। यदि साम्य पर दाब P है तो साम्य पर NH_3 का आंशिक दाब क्या होगा :-

(A) $\frac{P}{3}$ (B) $\frac{P}{4}$ (C) $\frac{P}{6}$ (D) $\frac{P}{8}$

Ans. A

Sol.

	$N_{2(g)}$ +	$3H_{2(g)}$	⇌	$2NH_{3(g)}$
initially	1	3		0
at eq^n	(1−0.5)	(3−1.5)		2 × 0.5 = 1 mole

∴ Total moles at equilibrium = 0.5 + 1.5 + 1 = 3

Partial pressure of $NH_3 = P \times \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{P}{3}$

19. For the reaction $H_2(g) + I_2(g) \rightleftharpoons 2HI(g)$,
the equilibrium constant changes with -

(A) Total pressure
(B) Catalyst
(C) Concentration of H_2 and I_2
(D) Temperature

अभिक्रिया $H_2(g) + I_2(g) \rightleftharpoons 2HI(g)$, के लिए साम्य स्थिरांक निम्न के साथ परिवर्तित होता है।

(A) कुल दाब
(B) उत्प्रेरक
(C) H_2 तथा I_2 की सान्द्रता
(D) ताप

Ans. D

Sol. Equilibrium Constant depends on temperature.

20. For $A + B \rightleftharpoons C + D$, if Initially the concentration of A and B are both equal but at equilibrium concentration of D will be twice of that of A then what will be the equilibrium constant of reaction ?

अभिक्रिया $A + B \rightleftharpoons C + D$ के लिए A तथा B की प्रारंभिक सान्द्रता समान है किन्तु साम्यवस्था पर D की सान्द्रता A की सान्द्रता की दुगुनी है तो अभिक्रिया के साम्य स्थिरांक का मान क्या होगा

(A) $\frac{4}{9}$
(B) $\frac{9}{4}$
(C) $\frac{1}{9}$
(D) 4

Ans. D

Sol.

	A	+	B	$\rightleftharpoons$	C	+	D
at t = 0	a		a		0		0
at eq^m	a − x		a − x		x		x

at eq^m [D] = 2 [A]

$x = 2(a - x)$

$x = 2a - 2x$

$3x = 2a$

$x = \frac{2a}{3}$

$$K_C = \frac{[C][D]}{[A][B]} = \frac{x \times x}{(a-x)(a-x)}$$

$$= \frac{2\frac{a}{3} \times 2\frac{a}{3}}{\left(a - \frac{2a}{3}\right)\left(a - \frac{2a}{3}\right)}$$

$$= \frac{2\frac{a}{3} \times 2\frac{a}{3}}{\frac{a}{3} \times \frac{a}{3}}$$

$= 4$

SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 10 questions Candidates have to attempt any 5 questions out of 10. If more than 5 questions are attempted, then only first 5 attempted questions will be evaluated.

The answer to each question is a **Numerical Value.**

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : –1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खंड में 10 प्रश्न हैं। उम्मीदवारों को 10 में से किसी भी 5 प्रश्न का प्रयास करना है। यदि 5 से अधिक प्रश्नों का प्रयास किया जाता है, तो केवल पहले 5 प्रश्नों का मूल्यांकन किया जाएगा।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर **संख्यात्मक मान (Numerical Value)** है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में, उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।)

प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

ऋणात्मक अंक : –1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

1. How many non-axial d-orbitals are involved in hybridisation of CrO_2Cl_2.

CrO_2Cl_2 के संकरण में कितने अन-अक्षीय d-कक्षक सम्मिलित हैं।

Ans. 3

Sol. CrO_2Cl_2 has d_s^3 hybridisation and all 3d-orbitals are non-axial which are d_{xy} ; d_{yz} and d_{xz}.

2. The number of unpaired electrons in Gadolinium [Z = 64] is :-

गैडोलिनियम [Z = 64] में अयुग्मित इलेक्ट्रॉनों की संख्या है :-

Ans. 8

Sol. $_{64}Gd \longrightarrow {}_{54}[Xe]\ 4f^7\ 5d^1\ 6s^2$

3. (x) is a very important laboratory reagent which is prepared by its naturally occurring ore which is called pyrolusite. Pyrolusite when fused with alkali in the presence of O_2, green compound (Y) is produced. (Y) is converted into (X) by electrolysis or by using ozone.
Oxidation state of central metal present in
oxo-anion of compound (Y) = a
Number of equivalent bonds in oxo-anion of compound (x) = b
Determine, (a − b)

(x) प्रयोगशाला में प्रयुक्त होने वाला एक महत्वपूर्ण अभिकर्मक है जिसका निर्माण पाइरोल्यूसाइट नामक प्राकृतिक अयस्क से होता है। पाइरोल्यूसाइट को जब क्षार व O_2 की उपस्थिति में गर्म करते हैं।तब हरे रंग का यौगिक (Y) प्राप्त होता है। वैद्युत अपघटन या ओजोन के प्रयोग से यौगिक (Y), (X) में परिवर्तित हो जाता है।
यौगिक (Y) के ऑक्सोऋणायन में उपस्थित केन्द्रीय धातु की ऑक्सीकरण अवस्था= a
यौगिक (x) के ऑक्सोऋणायन में समान बंधों की संख्या = b
(a − b) का मान ज्ञात करें।

Ans. 2

Sol.

(x) is $KMnO_4$. In MnO_4^- , 4 equivalent bonds are present. b = 4

(y) is $K_2\overset{+6}{M}nO_4$ a = 6

a − b = 6 − 4 = 2

4. Number of Cr-O bonds in chromate ion = x
Number of Cr-O bonds in dichromate ion = y
Determine, (x + y).

क्रोमेट आयन में Cr-O बंधो की संख्या = x
डाईक्रोमेट आयन में Cr-O बंधो की संख्या = y
(x + y) का मान ज्ञात करें।

Ans. 12

Sol. In CrO_4^{-2}, number of Cr-O bonds = 4
In $Cr_2O_7^{-2}$, number of Cr-O bonds = 8

5. The magnetic moment of a transition metal ion is found to be 3.87 B.M. The number of unpaired electrons present in it is :-

संक्रमण धातु आयनों का चुम्बकीय आघूर्ण 3.87 B.M. पाया जाता है। इनमें उपस्थित अयुग्मित इलेक्ट्रॉनों की संख्या है :-

Ans. 3

Sol. $\mu = 3.87$ BM
n = 3

6. For the dissociation reaction : $NH_4HS\ (s) \rightleftharpoons NH_3(g) + H_2S\ (g)$ If $Kp = 25\ atm^2$; then the equilibrium pressure of the system is in atm :

यदि वियोजन अभिक्रिया : $NH_4HS\ (s) \rightleftharpoons NH_3(g) + H_2S\ (g)$ के लिए $Kp = 25\ atm^2$ हो तो साम्य पर निकाय का कुल दाब atm में होगा :

Ans. 10

Sol. $NH_4HS\ (s) \rightleftharpoons NH_3(g) + H_2S\ (g)$

at $t = t_{eq.}$ p' p'

$Kp = P_{NH_3} \times P_{H_2S}$

$25 = p' \times p'$

$(p')^2 = 25$

$p' = \sqrt{25} = 5$ atm

Total pressure at equilibrium

$= p' + p' = 5 + 5 = 10$ atm

7. For the reaction $x + y \rightleftharpoons 2z$ Initially 1 mol x, 1.5 mole of y and 0.5 mole z are taken in 1 lit vessel, then at equilibrium 1 mole of z is obtained if $k_{eq} = \frac{x}{15}$ then, find the value of 'x'

अभिक्रिया $x + y \rightleftharpoons 2z$ के लिए प्रारंभ में 1 मोल x, 1.5 मोल y तथा 0.5 मोल z एक लीटर पात्र में लिए गये। साम्य पर z के 1 मोल प्राप्त हुए। यदि $k_{eq} = \frac{x}{15}$ है तो x का मान ज्ञात कीजिए।

Ans. 16

Sol.

$$\begin{array}{lcccc} & x & + & y & \rightleftharpoons & 2z \\ \text{at eq}^m \text{ at } t = 0 & 1 \text{ mol} & & 1.5 \text{ mol} & & 0.5 \text{ mol} \\ & 1 - x & & 1.5 - x & & 0.5 + 2x \end{array}$$

at eq^m $0.5 + 2x = 1$

$2x = 1 - 0.5 = 0.5$

$x = \frac{0.5}{2} = 0.25$

$$k_{eq} = \frac{[z]^2}{[x][y]} = \frac{\left(\frac{1}{1}\right)^2}{\left(\frac{1-0.25}{1}\right)\left(\frac{1.5-0.25}{1}\right)}$$

$$k_{eq} = \frac{1}{0.75 \times 1.25}$$

$$= \frac{100}{75} \times \frac{100}{125} = \frac{16}{15}$$

$x = 16$

8. For the reactions

$A \rightleftharpoons B$ $K_C = 1$, $C \rightleftharpoons D$, $K_C = 5$,

$B \rightleftharpoons C$ $K_C = 3$

K_C for the reaction $A \rightleftharpoons D$ is :

अभिक्रियाओं के लिए

$A \rightleftharpoons B$ $K_C = 1$, $C \rightleftharpoons D$, $K_C = 5$,

$B \rightleftharpoons C$ $K_C = 3$

अभिक्रिया $A \rightleftharpoons D$ के लिए K_C है :

Ans. 15

Sol. $A \rightleftharpoons B$ $K_C = 1$

$B \rightleftharpoons C$ $K_C = 3$

$C \rightleftharpoons D$ $K_C = 5$

$A \rightleftharpoons D$ $K_C = 1 \times 3 \times 5$

$= 15$

9. $2NOCl(g) \rightleftharpoons 2NO(g) + Cl_2(g)$ in an experiment, 2.0 moles of NOCl was placed in a one litre flask and the concentration of NO after equilibrium established, was found to be 0.4 mol/L. The equilibrium constants at 30^oC is _____x 10^{-4}

एक प्रयोग $2NOCl(g) \rightleftharpoons 2NO(g) + Cl_2(g)$ में, एक लीटर फ्लास्क में 2 मोल NOCl लिए गए । साम्य स्थापित होने के पश्चात् NO की सान्द्रता 0.4 मोल/लीटर पायी गई। 30^oC पर साम्य स्थिरांक है _____x 10^{-4}

Ans. 125

Sol.

$$2NCOl(g) \rightleftharpoons 2NO(g) + Cl_2(g)$$

$t = 0$	2	0	0
$t = t_{eq}$	$2 - 0.4$	0.4	0.2

$$K_C = \frac{(0.2) \times (0.4)^2}{(1.6)^2}$$

$$= \frac{0.2}{16} = \frac{1}{8} \times 10^{-1}$$

$$= 125 \times 10^{-4}$$

10. 5 litre vessel contains 2 moles of each gases A and B at equilibrium. If one mole each of A and B are removed. Calculate K_C for the reaction.

$A_{(g)} \rightleftharpoons B_{(g)}$

5 लीटर पात्र में साम्य पर प्रत्येक गैस A तथा B के 2 मोल उपस्थित हैं। यदि A तथा B प्रत्येक के एक मोल पृथक कर दिए गए तो अभिक्रिया $A_{(g)} \rightleftharpoons B_{(g)}$ के लिए K_C की गणना कीजिए।

Ans. 1

Sol. $A(g) \rightleftharpoons B(g)$

$$K_C = \frac{2}{2} = 1$$

After removal of one mole of each A and B, K_C will remain constant.

Topic : Three Dimensional Geometry & Complex Number

PART-3 : MATHEMATICS
भाग-3 : गणित

SECTION-I : (Maximum Marks: 80)

This section contains **20 questions**. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) **Only one option is correct**. For each question, marks will be awarded as follows:

Full Marks : +4 If correct answer is selected.

Zero Marks : 0 If none of the option is selected.

Negative Marks : –1 If wrong option is selected.

खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

इस खंड में **20 प्रश्न** हैं। प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) **केवल एक विकल्प सही** है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएंगे:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

ऋणात्मक अंक : –1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।

1. Let the foot of perpendicular from a point P(1, 2, –1) to the straight line L : $\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z}{-1}$ be N. Let a line be drawn from P parallel to the plane $x + y + 2z = 0$ which meets L at point Q. If α is the acute angle between the lines PN and PQ, then $\cos\alpha$ is equal to.

माना सरल रेखा L : $\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z}{-1}$ पर बिन्दु

P (1, 2, –1) से डाले गए लम्ब का पाद N है। माना P से समतल, $x + y + 2z = 0$ के समान्तर खींची गई एक रेखा Lको बिन्दु Q पर मिलती है। यदि रेखाओं PN तथा PQ के बीच का न्यूनकोण α है, तो $\cos\alpha$ बराबर है :

(A) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

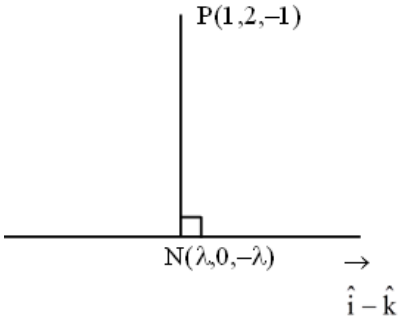
(B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(C) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(D) $\frac{1}{2\sqrt{3}}$

Ans. C

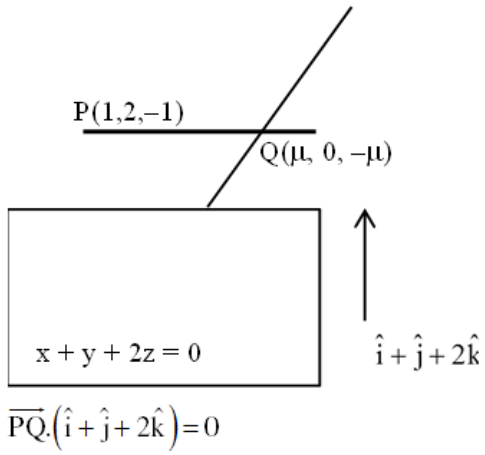
Sol.



$\overrightarrow{PN}.(\hat{i}-\hat{k})=0$

$\Rightarrow$ N(1, 0, –1)

Now,



$\overrightarrow{PQ}.\left(\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k}\right)=0$

$\Rightarrow \mu = -1$

$\Rightarrow$ Q (–1, 0, 1)

$\overrightarrow{PN} = 2\hat{j}$ and $\overrightarrow{PQ} = 2\hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k}$

$\Rightarrow \cos a = \frac{1}{\sqrt{3}}$

2. Let a be the angle between the lines whose direction cosines satisfy the equations $\ell + m - n = 0$ and $\ell^2 + m^2 - n^2 = 0$. Then the value of $\sin^4\alpha + \cos^4\alpha$ is :

माना दो रेखाऐं जिनकी दिक्कोज्यायें समीकरणों $\ell + m - n = 0$ तथा $\ell^2 + m^2 - n^2 = 0$ को सन्तुष्ट करती हैं, के बीच एक कोण α है। तो $\sin^4\alpha + \cos^4\alpha$ का मान है -

(A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{3}{8}$

(C) $\frac{5}{8}$ (D) $\frac{1}{2}$

Ans. C

Sol.

$n = \ell + m$

Now, $\ell^2 + m^2 = n^2 = (\ell + m)^2$

$\Rightarrow 2\ell m = 0$

If $\ell = 0 \Rightarrow m = n = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

And, If $m = 0$ Þ $n = \ell = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

So, direction cosines of two lines are

$\left(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ and $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

Thus, $\cos\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$

3. If the shortest distance between the straight lines $3(x-1) = 6(y-2) = 2(z-1)$ and $4(x-2) = 2(y-\lambda) = (z-3)$, $\lambda \in \mathbf{R}$ is $\frac{1}{\sqrt{38}}$, then the integral value of λ is equal to :

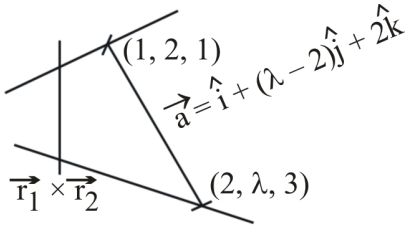
यदि सरल रेखाओं $3(x-1) = 6(y-2) = 2(z-1)$ तथा $4(x-2) = 2(y-\lambda) = (z-3)$, $\lambda \in \mathbf{R}$ के बीच की न्यूनतम दूरी $\frac{1}{\sqrt{38}}$ है, तो λ का पूर्णांक मान बराबर है -

(A) 3 (B) 2 (C) 5 (D) -1

Ans. A

Sol. $L_1 : \frac{(x-1)}{2} = \frac{(y-2)}{1} = \frac{(z-1)}{3}$ $\vec{r}_1 = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$

$L_2 : \frac{(x-2)}{1} = \frac{y-\lambda}{2} = \frac{z-3}{4}$ $\vec{r}_2 = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$



Shortest distance = Projection of $\vec{a}$ on $\vec{r}_1 \times \vec{r}_2$

$= \frac{|\vec{a}.(\vec{r}_1 \times \vec{r}_2)|}{|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2|}$

$|\vec{a}.(\vec{r}_1 \times \vec{r}_2)| = \begin{vmatrix} 1 & \lambda-2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = |14 - 5\lambda|$

$|\vec{r}_1 \times \vec{r}_2| = \sqrt{38}$

$\therefore \frac{1}{\sqrt{38}} = \frac{|14-5\lambda|}{\sqrt{38}}$

$\Rightarrow |14 - 5\lambda| = 1$

$\Rightarrow 14 - 5\lambda = 1$ or $14 - 5\lambda = -1$

$\Rightarrow \lambda = \frac{13}{5}$ or 3

$\therefore$ Integral value of $\lambda = 3$

4. The equation of the line through the point (0,1,2) and perpendicular to the line $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-2}$ is

बिंदु (0,1,2) से होकर जाने वाली तथा रेखा $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-2}$ के लंबवत रेखा का समीकरण है:

(A) $\frac{x}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-2}{3}$

(B) $\frac{x}{3} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-2}{3}$

(C) $\frac{x}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-2}{-3}$

(D) $\frac{x}{-3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-2}{3}$

Ans. D

Sol. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-2} = r$

$\Rightarrow P(x, y, z) = (2r + 1, 3r - 1, -2r + 1)$

Since, $\overrightarrow{QP} \perp (2\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k})$

$\Rightarrow 4r + 2 + 9r - 6 + 4r + 2 = 0$

$\Rightarrow r = \frac{2}{17}$

$\Rightarrow P\left(\frac{21}{17}, \frac{-11}{17}, \frac{13}{17}\right)$

$\Rightarrow \overrightarrow{PQ} = \frac{21\hat{i} - 28\hat{j} - 21\hat{k}}{17}$

So, $\overrightarrow{QP}$: $\frac{x}{-3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-2}{3}$

5. If the foot of the perpendicular from point (4, 3, 8) on the line $L_1 : \frac{x-a}{\ell} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-b}{4}$, $\ell \neq 0$ is (3, 5, 7), then the shortest distance between the line L_1 and line $L_2 : \frac{x-a}{3} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-5}{5}$ is equal to :

यदि रेखा $L_1 : \frac{x-a}{\ell} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-b}{4}$, $\ell \neq 0$ पर, बिन्दु (4, 3, 8) से लम्ब का पाद (3, 5, 7) है, तो रेखा L_1 तथा रेखा $L_2 : \frac{x-a}{3} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-5}{5}$ के बीच की न्यूनतम दूरी बराबर है :

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{1}{\sqrt{6}}$

(C) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

(D) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Ans. B

Sol.

(3,5,7) satisfy the line L_1

$$\frac{3-a}{\ell} = \frac{5-2}{3} = \frac{7-b}{4}$$

$$\frac{3-a}{\ell} = 1 \ \& \ \frac{7-b}{4} = 1$$

$a + \ell = 3$ ...(1) & $b = 3$ ...(2)

$\vec{v}_1 = \ < 4, 3, 8, > - < 3, 5, 7 >$

$\vec{v}_1 = \ < 1, -2, 1 >$

$\vec{v}_2 = \ < \ell, 3, 4 >$

$\vec{v}_1 . \vec{v}_2 = 0 \Rightarrow \ \ell - 6 + 4 = 0 \Rightarrow \ \ell = 2$

$a + \ell = 3 \Rightarrow a = 1$

$$L_1 : \frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-5}{5}$$

$$L_2 : \frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-5}{5}$$

A = <1, 2, 3>

B = <2, 4, 5>

$\overrightarrow{AB} =< 1, 2, 2 >$

$\vec{p} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$

$\vec{q} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$

$\hat{p} \times \vec{q} = -\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$

$$\text{Shortest distance} = \left| \frac{\overrightarrow{AB} \cdot (\vec{p} \times \vec{q})}{|\vec{p} \times \vec{q}|} \right| = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

6. The lines $x = ay - 1 = z - 2$ and $x = 3y - 2 = bz - 2$, $(ab \neq 0)$ are coplanar, if :

रेखाएँ $x = ay - 1 = z - 2$ तथा $x = 3y - 2 = bz - 2$, $(ab \neq 0)$ समतलीय हैं, यदि :

(A) $b = 1, a \in R - \{0\}$

(B) $a = 1, b \in R - \{0\}$

(C) $a = 2, b = 2$

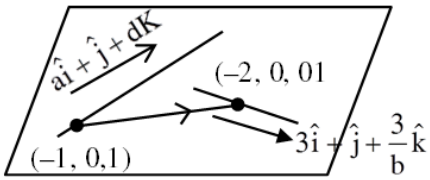
(D) $a = 2, b = 3$

Ans. A

Sol.

$$\frac{x+1}{a} = y = \frac{z-1}{a}$$

$$\frac{x+1}{3} = y = \frac{z}{3/b}$$



lines are Co-planar

$$\begin{vmatrix} a & 1 & a \\ 3 & 1 & \frac{3}{b} \\ -1 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow -\left(\frac{3}{b} - a\right) - 1(a-3) = 0$$

$$a - \frac{3}{b} - a + 3 = 0$$

$$b = 1, a \in R - \{0\}$$

7. If the lines $\frac{x-k}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$ and $\frac{x+k}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{1}$ are co-planar, then the value of k is :

यदि रेखाए $\frac{x-k}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$ तथा $\frac{x+k}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{1}$ समतलीय हैं, तो k का मान है।

(A) 1 (B) 2 (C) -1 (D) -7

Ans. A

Sol. $\begin{vmatrix} k+1 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$

$(k+1)[2-6] - 4[1-9] + 6[2-6] = 0$

$k = 1$

8. The distance of the point $(1, -2, 3)$ from the plane $x - y + z = 5$ measured parallel to a line, whose direction ratios are 2, 3, -6 is :

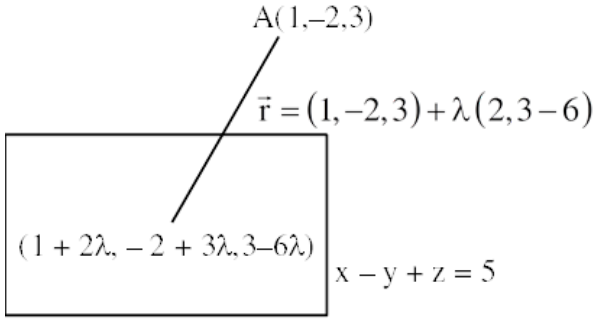
बिंदु $(1, -2, 3)$ की, एक रेखा जिसके दिक् अनुपात 2, 3, -6 हैं, के समांतर समतल $x - y + z = 5$ से दूरी है :

(A) 3 (B) 5

(C) 2 (D) 1

Ans. D

Sol.



$$(1+2\lambda)+2-3\lambda+3-6\lambda=5$$

$$\Rightarrow 6-7\lambda=5 \Rightarrow \lambda=\frac{1}{7}$$

$$\text{so, } P=\left(\frac{9}{7},-\frac{11}{7},\frac{15}{7}\right)$$

$$AP=\sqrt{\left(1-\frac{9}{7}\right)^2+\left(-2+\frac{11}{7}\right)^2+\left(3-\frac{15}{7}\right)^2}$$

$$AP=\sqrt{\left(\frac{4}{49}\right)+\frac{9}{49}+\frac{36}{49}}=1$$

9. The angle between the straight lines, whose direction cosines are given by the equations $2\ell + 2m - n = 0$ and $mn + n\ell + \ell m = 0$, is :

(A) $\frac{\pi}{2}$

(B) $\pi - \cos^{-1}\left(\frac{4}{9}\right)$

(C) $\cos^{-1}\left(\frac{8}{9}\right)$

(D) $\frac{\pi}{3}$

सरल रेखाओं, जिनके दिक्-कोसाइन समीकरणों $2\ell + 2m - n = 0$ तथा $mn + n\ell + \ell m = 0$, द्वारा दिऐ गए हैं, के बीच का कोण है :

(A) $\frac{\pi}{2}$

(B) $\pi - \cos^{-1}\left(\frac{4}{9}\right)$

(C) $\cos^{-1}\left(\frac{8}{9}\right)$

(D) $\frac{\pi}{3}$

Ans. A

Sol.

$n = 2(\ell + m)$

$\ell m + n(\ell + m) = 0$

$\ell m + 2(\ell + m)^2 = 0$

$2\ell^2 + 2m^2 + 5m\ell = 0$

$2\left(\frac{\ell}{m}\right)^2 + 2 + 5\left(\frac{\ell}{m}\right) = 0.$

$2t^2 + 5t + 2 = 0$

$(t + 2)(2t + 1) = 0$

$\Rightarrow t = -2; -\frac{1}{2}$

(i) $\frac{\ell}{m} = -2$ $\frac{n}{m} = -2$ $(-2m, m, -2m)$ $(-2, 1, -2)$	(ii) $\frac{\ell}{m} = -\frac{1}{2}$ $n = -2\ell$ $(\ell, -2\ell, -2\ell)$ $(1, -2, -2)$

$\cos\theta = \frac{-2-2+4}{\sqrt{9}\ \sqrt{9}} = 0 \Rightarrow 0 = \frac{\pi}{2}$

10. Let a, b ∈ R. If the mirror image of the point P(a, 6, 9) with respect to the line $\frac{x-3}{7} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-1}{-9}$ is (20, b, −a −9), then |a + b| is equal to :

माना a, b ∈ R यदि बिन्दु P(a, 6, 9) का रेखा, $\frac{x-3}{7} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-1}{-9}$ में दर्पण प्रतिबिम्ब (20, b, −a −9), है, तो |a + b| बराबर है :

(A) 88 (B) 86 (C) 84 (D) 90

Ans. A

Sol. P(9, 6, 9)

$\frac{x-3}{7} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-1}{-9}$

Q = (20, b, −a − 9)

$\frac{\frac{20+a}{2} - 3}{7} = \frac{\frac{b+6}{2} - 2}{5} = \frac{-\frac{9}{2} - 1}{-9}$

$\frac{14+9}{14} = \frac{b+2}{10} = \frac{a+2}{18}$

$\Rightarrow a = -56$ and $b = -32$

$\Rightarrow |a + b| = 88$

11. If z_1, z_2 are complex numbers such that $\text{Re}(z_1) = |z_1 - 2|$, $\text{Re}(z_2) = |z_2 - 2|$ and $\arg(z_1 - z_2) = \pi/3$, then $\text{Im}(z_1 + z_2) =$

यदि z_1, z_2 सम्मिश्र संख्याएं इस प्रकार है कि $\text{Re}(z_1) = |z_1 - 2|$, $\text{Re}(z_2) = |z_2 - 2|$ और $\arg(z_1 - z_2) = \pi/3$, तब $\text{Im}(z_1 + z_2) =$

(A) $2/\sqrt{3}$ (B) $4/\sqrt{3}$ (C) $2\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{3}$

Ans. B

Sol. Let $z_1 = x_1 + iy$ and $z_2 = x_2 + iy_2$

given $\text{Re}(z_1) = |z_1 - 2|$, $\text{Re}(z_2) = |z_2 - 2|$

$\therefore y_1^2 - 4x_1 + 4 = 0$ and $y_2^2 - 4x_2 + 4 = 0$

So that $\dfrac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \dfrac{4}{y_1 + y_2}$ .....(i)

Given $\arg(z_1 - z_2) = \pi/3$

$\Rightarrow \dfrac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \sqrt{3}$ .....(ii)

From (i) and (ii) $\Rightarrow y_1 + y_2 = \dfrac{4}{\sqrt{3}}$

12. If $z = \dfrac{3}{2 + \cos\theta + i\sin\theta}$, then locus of z is :-

(A) a straight line (B) a circle having centre on x-axis

(C) a circle having centre on y-axis (D) a parabola

यदि $z = \dfrac{3}{2 + \cos\theta + i\sin\theta}$ हो तो z का बिन्दु पथ होगा :-

(A) सरल रेखा (B) एक वृत्त जिसका केन्द्र x-अक्ष पर स्थित हो

(C) एक वृत्त जिसका केन्द्र y-अक्ष पर स्थित हो (D) परवलय

Ans. B

Sol. $\cos\theta + i\sin\theta = \dfrac{3}{z} - 2$

$\cos\theta + i\sin\theta = \dfrac{3 - 2z}{z}$

$1 = \dfrac{|3 - 2z|}{|z|}$

$|z|^2 = |3 - 2z|^2$

$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$

put $z = x + iy$

13. The Locus of $|3Z - 2| + |3Z + 2| = 4$ is?

(A) Parabola (B) Line segment (C) Circle (D) Non Real Curve

$|3Z - 2| + |3Z + 2| = 4$ का बिन्दुपथ होगा?

(A) परवलय (B) रेखाखण्ड (C) वृत (D) काल्पनिक वक्र

Ans. B

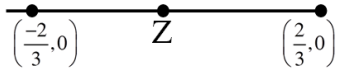
Sol.

$$3\left|z-\frac{2}{3}\right|+3\left|z+\frac{2}{3}\right|=4$$

$$\left|z-\frac{2}{3}\right|+\left|z+\frac{2}{3}\right|=\frac{4}{3}$$

So $|z_1 - z_2| = K = \frac{4}{3}$

So Locus of 2 is line Segment.



14. If $|z_1| = 2,\ |z_2| = 3,\ |z_3| = 4$ and

$|2z_1 + 3z_2 + 4z_3| = 9$, then value of

$|8z_2z_3 + 27z_3z_1 + 64z_1z_2|$ is equal to:-

(A) 216 (B) 18

(C) 64 (D) None

यदि $|z_1| = 2,\ |z_2| = 3,\ |z_3| = 4$ तथा

$|2z_1 + 3z_2 + 4z_3| = 9$ हो, तो

$|8z_2z_3 + 27z_3z_1 + 64z_1z_2|$ बराबर है :-

(A) 216 (B) 18

(C) 64 (D) कोई नहीं

Ans. A

Sol. $\left|z_1z_2z_3\left(\frac{2|z_1|^2}{z_1}+\frac{3|z_2|^2}{z_2}+\frac{4|z_3|^2}{z_3}\right)\right|$

$|z_1||z_2||z_3|\ |2\bar{z}_1 + 3\bar{z}_2 + 4\bar{z}_3|$

$2 \times 3 \times 4 \times 9 = 216$

15. Area of region enclosed by locus of z given by $\text{Arg}(z + i) - \text{Arg}(z - i) = \frac{2\pi}{3}$ and imaginary axis is -

$\text{Arg}(z + i) - \text{Arg}(z - i) = \frac{2\pi}{3}$ को संतुष्ट करने वाले z का बिन्दुपथ तथा काल्पनिक अक्ष द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल होगा-

(A) $\frac{2\pi}{9} - \frac{1}{\sqrt{3}}$

(B) $\frac{4\pi}{9} - \frac{1}{\sqrt{3}}$

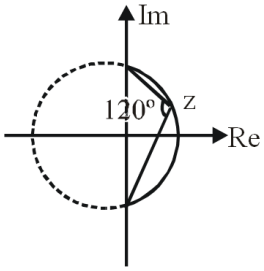
(C) $\frac{2\pi}{9} - \frac{2}{\sqrt{3}}$

(D) $\frac{4\pi}{9} - \frac{2}{\sqrt{3}}$

Ans. B

Sol.

Locus is are of circle with center $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, 0\right)$ and radius $\frac{2}{\sqrt{3}}$



$$\text{Area} = \frac{1}{3} \times \pi \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4\pi}{9} - \frac{1}{\sqrt{3}}$$

16. If $A + B + C = \pi$, $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ and $z = \begin{vmatrix} e^{i2A} & e^{-iC} & e^{iB} \\ e^{iC} & e^{i2B} & e^{iA} \\ e^{iB} & e^{iA} & e^{i2C} \end{vmatrix}$, then :-

यदि $A + B + C = \pi$, $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ तथा $z = \begin{vmatrix} e^{i2A} & e^{-iC} & e^{iB} \\ e^{iC} & e^{i2B} & e^{iA} \\ e^{iB} & e^{iA} & e^{i2C} \end{vmatrix}$, तो :-

(A) $\text{Re}(z) = 4$ (B) $\text{Im}(z) = 1$ (C) $\text{Re}(z) = -4$ (D) $\text{Re}(z) = 0$

Ans. C

17. If $\left|\frac{z-1}{z-4}\right| = 2$ and $\left|\frac{w-4}{w-1}\right| = 2$, then the value of $|z-w|_{max} + |z-w|_{min}$ is :

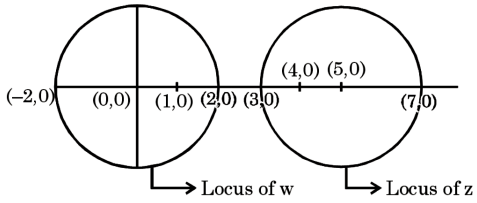
यदि $\left|\frac{z-1}{z-4}\right| = 2$ तथा $\left|\frac{w-4}{w-1}\right| = 2$ है, तो

$|z-w|_{max} + |z-w|_{min}$ का मान होगा -

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11

Ans. C

Sol. $\left|\frac{z-1}{z-4}\right| = 2$ and $\left|\frac{w-4}{w-1}\right| = 2$



$\therefore |z-w|_{max} = 9$, $|z-w|_{min} = 1$

18. If $z = (\tan 1 - i)^2$ then :-

यदि $z = (\tan 1 - i)^2$ हो तो :-

(A) $|z| = \sec 1,\ \text{Arg}(z) = -\frac{\pi}{2}$ (B) $|z| = \sec^2 1,\ \text{Arg}(z) = \pi - 2$

(C) $|z| = \sec^2 1,\ \text{Arg}(z) = 2 - \pi$ (D) $|z| = \sec^2 1,\ \text{Arg}(z) = \frac{\pi}{2} - 1$

Ans. C

19. Let $A(z_1)$, $B(z_2)$ and $C(z_3)$ be the vertices of a triangle ABC such that $z_3 + i\omega z_2 = (1 = + i\omega)z_1$ where ω is the cube root of unity not equal to 1, then ΔABC is :

(A) isosceles triangle and $\angle A = \frac{\pi}{6}$ (B) isosceles triangle and $\angle A = \frac{\pi}{3}$

(C) right angle isosceles (D) equilateral

यदि किसी त्रिभुज ABC के शीर्ष $A(z_1)$, $B(z_2)$ तथा $C(z_3)$ इस प्रकार है कि $z_3 + i\omega z_2 = (1 = + i\omega)z_1$ जहाँ ω इकाई का घनमूल है जो 1 के बराबर नहीं है तो ΔABC होगा-

(A) समद्विबाहु त्रिभुज तथा $\angle A = \frac{\pi}{6}$ (B) समद्विबाहु त्रिभुज तथा $\angle A = \frac{\pi}{3}$

(C) समकोणीय समद्विबाहु त्रिभुज (D) समबाहु त्रिभुज

Ans. A

Sol. Given $Z_3 + iwZ_2 = (1 + iw)Z_1$

$$Z_3 - Z_1 = iw(Z_1 - Z_2)$$

$$\frac{Z_3 - Z_1}{Z_2 - Z_1} = -iw$$

$$\frac{Z_3 - Z_1}{Z_2 - Z_1} = e^{i\pi/6}$$

$$= |Z_3 - Z_1| = |Z_2 - Z_1| \text{ with } \angle A = \frac{\pi}{6}$$

20. If $\left|\frac{z_1 - 3z_2}{3 - z_1\bar{z}_2}\right| = 1$ and $|z_2| \neq 1$, then $|z_1|$ is :

यदि $\left|\frac{z_1 - 3z_2}{3 - z_1\bar{z}_2}\right| = 1$ तथा $|z_2| \neq 1$ हो, तो $|z_1|$ होगा।

(A) 3 (B) 1 (C) 2 (D) 4

Ans. A

Sol. $(z_1 - 3z_2)(\bar{z}_1 - 3\bar{z}_2) = (3 - z_1\bar{z}_2)(3 - \bar{z}_1 z_2)$

$$\Rightarrow |z_1|^2 - 3z_1\bar{z}_2 - 3z_2\bar{z}_1 + 9|z_2|^2$$

$$= 9 - 3\bar{z}_1 z_2 - 3z_1\bar{z}_2 + |z_1|^2|z_2|^2$$

$$\Rightarrow |z_1|^2 - |z_1|^2|z_2|^2 + 9|z_2|^2 - 9 = 0$$

$$\Rightarrow |z_1|^2(1 - |z_2|^2) - 9(1 - |z_2|^2) = 0$$

$$\Rightarrow (1 - |z_2|^2)(|z_1|^2 - 9) = 0 \Rightarrow |z_1| = 3$$

SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 10 questions Candidates have to attempt any 5 questions out of 10. If more than 5 questions are attempted, then only first 5 attempted questions will be evaluated.

The answer to each question is a **Numerical Value.**

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : –1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खंड में 10 प्रश्न हैं। उम्मीदवारों को 10 में से किसी भी 5 प्रश्न का प्रयास करना है। यदि 5 से अधिक प्रश्नों का प्रयास किया जाता है, तो केवल पहले 5 प्रश्नों का मूल्यांकन किया जाएगा।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर **संख्यात्मक मान (Numerical Value)** है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में, उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।)

प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

ऋणात्मक अंक : –1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

1. Let P be a plane passing through the points (1, 0, 1), (1, –2, 1) and (0, 1, –2). Let a vector $\vec{a} = \alpha\hat{i} + \beta\hat{j} + \gamma\hat{k}$ be such that $\vec{a}$ is parallel to the plane P, perpendicular to $\left(\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}\right)$ and $\vec{a}.\left(\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}\right)$, then $(\alpha - \beta + \gamma)^2$ equals ____.

माना समतल P बिंदुओं (1, 0, 1), (1, –2, 1) तथा (0, 1, –2) से होकर जाता है। माना एक सदिश $\vec{a} = \alpha\hat{i} + \beta\hat{j} + \gamma\hat{k}$, समतल P के समांतर है, सदिश $\left(\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}\right)$ के लम्बवत् हैं तथा $\vec{a}.\left(\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}\right)$ को सन्तुष्ट करता है, तो $(\alpha - \beta + \gamma)^2$ बराबर है _____।

Ans. 81

Sol. Equation of plane :

$$\begin{vmatrix} x-1 & y-0 & z-1 \\ 1-1 & 2 & 1-1 \\ 1-0 & 0-1 & 1+2 \end{vmatrix} = 0$$

$\Rightarrow 3x - z - 2 = 0$

$\vec{a} = \alpha\hat{i} + \beta\hat{j} + \gamma\hat{k}$ || to $3x - z - 2 = 0$

$\Rightarrow \boxed{3\alpha - 8 = 0}$ ....(1)

$\vec{a} \perp i + 2\hat{j} + 3\hat{k}$

$\Rightarrow \alpha + 2\beta + 38 = 0$ .....(2)

$\vec{a}.\left(\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}\right) = 0$

$\Rightarrow \alpha + \beta + 28 = 2$ .... (3)

on solving 1, 2 & 3

$a = 1, \ \beta = -5, \ 8 = 3$

So $(\alpha - \beta + 8) = \boxed{81}$

2. If the lines $\frac{x-k}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{3}$ and $\frac{x+1}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+3}{1}$ are co-planar, then the value of k is _____.

यदि रेखाएँ $\frac{x-k}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{3}$ तथा $\frac{x+1}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+3}{1}$ समतलीय हैं, तो k का मान है _____।

Ans. 1

Sol. $\begin{vmatrix} k+1 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$

$(k+1)[2-6]-4[1-9]+6[2-6]=0$

$k=1$

3. For real numbers α and β, consider the following system of linear equations :

$x+y-z=2, x+2y+\alpha z=1, 2x-y+z=\beta$.

If the system has infinite solutions, then $\alpha+\beta$ is equal to _____

यदि वास्तविक संख्याओं α तथा β के लिए रैखिक समीकरण निकाय :

$x+y-z=2, x+2y+\alpha z=1, 2x-y+z=\beta$

के अनंत हल हैं, तो $\alpha+\beta$ बराबर है _____।

Ans. 5

Sol. For infinite solutions

$\Delta=\Delta_1=\Delta_2=\Delta_3=0$

$\Delta=\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & \alpha \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}=0$

$\Delta=\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & \alpha \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}=0$

$\Delta=3(2+\alpha)=0$

$\Rightarrow \alpha=-2$

$\Delta_2=\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 2 & \beta & 1 \end{vmatrix}=0$

$1(1+2\beta)-2(1+4)-(\beta-2)=0$

$\beta-7=0$

$\beta=7$

$\therefore \alpha+\beta=5$

4. Let a plane P pass through the point (3, 7, −7) and contain the line, $\frac{x-2}{-3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{1}$. If distance of the plane P from the origin is d, then d^2 is equal to _____

माना समतल P बिंदु (3, 7, −7) से होकर जाता है तथा रेखा $\frac{x-2}{-3} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{1}$ इसमें स्थित है। यदि समतल P की मूलबिंदू से दूरी d है, तो d^2 बराबर है _____।

Ans. 3

5. The distance of the point P(3, 4, 4) from the point of intersection of the line joining the points. Q(3, −4, −5) and R(2, −3, 1) and the plane 2x + y + z = 7, is equal to_____.

बिंदुओं Q(3, −4, −5) तथा R(2, −3, 1) को मिलाने वाली रेखा तथा समतल 2x + y + z = 7 के प्रतिच्छेदन बिंदु से बिंदु P(3, 4, 4) की दूरी है_____।

Ans. 7

Sol. $\overrightarrow{QR} : -\frac{x-3}{1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+5}{-6} = r$

$\Rightarrow (x, y, z) = (r + 3, -r - 4, -6r - 5)$

Now, satisfying it in the given plane.

We get r = −2

so, required point of intersection is T(1,−2,7).

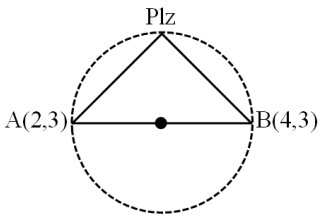
Hence, PT = 7

6. $|z - 2 - 3i|^2 + |z - 4 - 3i|^2 = \lambda$ represents the equation of a circle with least radius, then λ = ?

यदि $|z - 2 - 3i|^2 + |z - 4 - 3i|^2 = \lambda$ एक वृत को प्रदर्शित करता है जिसकी त्रिज्या न्यूनतम है तो λ = ?

Ans. 4

Sol.



for circle $PA^2 + PB^2 = AB^2 = \lambda$(constant)

$AB^2 = \lambda \Rightarrow \boxed{\lambda = 4}$

7. If $|z| = 1$ then $\left|3 + \frac{1}{z}\right|^2 + |3 - z|^2$ is equal to ?

यदि $|z| = 1$ तो $\left|3 + \frac{1}{z}\right|^2 + |3 - z|^2$ बराबर है?

Ans. 20

Sol. $|z| = 1, z\bar{z} = 1 \quad \text{so} \bar{z} = \frac{1}{2}$

Now $\left|3 + \frac{1}{z}\right|^2 + |3 - z|^2$

$= |3 + \bar{z}|^2 + |3 - z|^2$

$= 2\left(9 + |z|^2\right) = 2\,[10] = 20$

8. If w is an Imaginary fifth root unity, then $\log_{\sqrt{2}}\left|1 + w + w^2 + w^3 - \frac{1}{w}\right| = ?$

यदि w इकाई का पाँचवा काल्पनिक मूल हो तो $\log_{\sqrt{2}}\left|1 + w + w^2 + w^3 - \frac{1}{w}\right| = ?$

Ans. 2

Sol. Here $w^5 = 1; \quad \frac{1}{w} = w^4$

& also $1 + w + w^2 + w^4 = 0$

Now $\log_{\sqrt{2}}\left|1 + w + w^2 + w^3 - \frac{1}{w}\right|$

$= \log_{\sqrt{2}}\left|1 + w + w^2 + w^3 - w^4\right|$

$= \log_{\sqrt{2}}\left|-2w^4\right|$

$= \log_{\sqrt{2}}2 = \log_{\sqrt{2}}\left(\sqrt{2}\right)^2 = 2$

9. If z_1 and z_2 are two unimodular complex numbers that satisfy $z_1^2 + z_2^2 = 5$,

then $(z_1 - \bar{z}_1)^2 + (z_2 - \bar{z}_2)^2$ is equal to -

यदि z_1 तथा z_2 इकाई मापाँक वाली दो सम्मिश्र संख्यायें है जो $z_1^2 + z_2^2 = 5$ को संतुष्ट करती है,

तो $(z_1 - \bar{z}_1)^2 + (z_2 - \bar{z}_2)^2$ का मान होगा।

Ans. 6

Sol.

$|Z_1| = 1, |Z_2| = 1$

$\bar{Z}_1^2 + \bar{Z}_2^2 = 5$

$(Z_1 - \bar{Z}_1)^2 + (Z_2 - \bar{Z}_2)^2$

$Z_1^2 + \bar{Z}_1^2 - 2|Z_1|^2 + Z_2^2 + \bar{Z}_2^2 - 2|Z_2|^2$

$10 - 4 = 6$

10. It z_1, z_2, z_3 are complex number, such that

$|z_1| = 2, |z_2| = 3, |z_3| = 4$, then maximum value of

$|z_1 - z_2|^2 + |z_2 - z_3|^2 + |z_3 - z_1|^2$ is :-

यदि z_1, z_2, z_3 सम्मिश्र संख्याऐं हो तथा

$|z_1| = 2, |z_2| = 3, |z_3| = 4$ तो

$|z_1 - z_2|^2 + |z_2 - z_3|^2 + |z_3 - z_1|^2$ का अधिकतम मान होगा

Ans. 87

SPACE FOR ROUGH WORK / कच्चे कार्य के लिए स्थान