



DISTANCE LEARNING PROGRAMME
(Academic Session : 2023 - 2024)

JEE(Main)

TEST # 05

03-09-2023

JEE(MAIN) : LEADER TEST SERIES / JOINT PACKAGE COURSE

Time : 3 Hours

12th Undergoing/Pass Students

Maximum Marks : 300

Test Type : Unit Test # 04

READ THE INSTRUCTIONS CAREFULLY/ कृपया इन निर्देशों को ध्यान से पढ़ें

Important Instructions :

- Immediately fill in the form number on this page of the Test Booklet with Blue/Black Ball Point Pen. Use of pencil is strictly prohibited.
- The candidates should not write their Form Number anywhere else (except in the specified space) on the Test Booklet/Answer Sheet.
- The Test Booklet consists of 90 questions.
- There are **three** parts in the question paper 1,2,3 consisting of **Physics, Chemistry and Mathematics** having **30 questions** in each subject and each subject having **Two sections**.
 - Section-I contains 20 **multiple choice** questions with **only one correct** option.
Marking scheme : +4 for correct answer, 0 if not attempted and -1 in all other cases.
 - Section-II contains 10 **Numerical Value Type** questions. Attempt any 5 questions. First 5 attempted questions will be considered for marking.
Marking scheme : +4 for correct answer, 0 if not attempted and -1 in all other cases.
- Use **Blue/Black Ball Point Pen only** for writing particulars/markings responses on **Side-1** and **Side-2** of the Answer Sheet. **Use of pencil is strictly prohibited**.
- No candidate is allowed to carry any textual material, printed or written, bits of papers, mobile phone any electronic device etc, except the Identity Card inside the examination hall/room.
- Rough work is to be done on the space provided for this purpose in the Test Booklet only.
- On completion of the test, the candidate must hand over the Answer Sheet to the invigilator on duty in the Room/Hall. **However, the candidate are allowed to take away this Test Booklet with them.**
- Do not fold or make any stray marks on the Answer Sheet.**
- Take $g = 10 \text{ m/s}^2$ unless otherwise stated.**

महत्वपूर्ण निर्देश :

- परीक्षा पुस्तिका के इस पृष्ठ पर आवश्यक विवरण नीले/काले बॉल पाइंट पेन से तत्काल भरें। पेन्सिल का प्रयोग बिल्कुल वर्जित है।
- परीक्षार्थी अपना फार्म नं. (निर्धारित जगह के अतिरिक्त) परीक्षा पुस्तिका/उत्तर पत्र पर कहीं और न लिखें।
- इस परीक्षा पुस्तिका में 90 प्रश्न हैं।
- इस परीक्षा पुस्तिका में तीन भाग 1, 2, 3 हैं, जिसके प्रत्येक भाग में **भौतिक विज्ञान, रसायन विज्ञान एवं गणित** के 30 प्रश्न हैं और प्रत्येक विषय में 2 खण्ड है।
 - खण्ड-I में 20 **बहुविकल्पीय** प्रश्न हैं। जिनके केवल एक विकल्प सही है।
अंक योजना : +4 सही उत्तर के लिए, 0 प्रयास नहीं करने पर तथा -1 अन्य सभी अवस्थाओं में।
 - खण्ड-II में 10 **संख्यात्मक मान प्रकार के प्रश्न** हैं। किन्हीं 5 प्रश्नों का उत्तर दीजिए। किये गये प्रश्नों में से केवल प्रथम पाँच प्रश्नों को ही अंक दिये जायेंगे।
अंक योजना : +4 सही उत्तर के लिए, 0 प्रयास नहीं करने पर तथा -1 अन्य सभी अवस्थाओं में।
- उत्तर पत्र के पृष्ठ-1 एवं पृष्ठ-2 पर वांछित विवरण एवं उत्तर अंकित करने हेतु केवल नीले/काले बॉल पाइंट पेन का ही प्रयोग करें। पेन्सिल का प्रयोग सर्वथा वर्जित है।
- परीक्षार्थी द्वारा परीक्षा कक्ष/हॉल में परिचय पत्र के अलावा किसी भी प्रकार की पाठ्य सामग्री मुद्रित या हस्तलिखित कागज की पर्चियों, मोबाइल फोन या किसी भी प्रकार के इलेक्ट्रॉनिक उपकरणों या किसी अन्य प्रकार की सामग्री को ले जाने या उपयोग करने की अनुमति नहीं है।
- रफ कार्य परीक्षा पुस्तिका में केवल निर्धारित जगह पर ही कीजिये।
- परीक्षा समाप्त होने पर, परीक्षार्थी कक्ष/हॉल छोड़ने से पूर्व उत्तर पत्र कक्ष निरीक्षक को अवश्य सौंप दें। परीक्षार्थी अपने साथ इस परीक्षा पुस्तिका को ले जा सकते हैं।
- उत्तर पत्र को न मोड़ें एवं न ही उस पर अन्य निशान लगाएँ।
- $g = 10 \text{ m/s}^2$ प्रयुक्त करें, जब तक कि अन्य कोई मान नहीं दिया गया हो।

Name of the Candidate (in Capitals) _____

परीक्षार्थी का नाम (बड़े अक्षरों में) : _____

Form Number : in figures _____

फॉर्म नम्बर : अंकों में _____

: in words _____

: शब्दों में _____

Centre of Examination (in Capitals) : _____

परीक्षा केन्द्र (बड़े अक्षरों में) : _____

Candidate's Signature : _____ Invigilator's Signature : _____

परीक्षार्थी के हस्ताक्षर : _____

निरीक्षक के हस्ताक्षर : _____

Your Target is to secure Good Rank in JEE(Main) 2024

ALLEN CAREER INSTITUTE Pvt. Ltd.

Registered & Corporate Office : 'SANKALP', CP-6, Indra Vihar, Kota (Rajasthan) INDIA-324005

Ph. : +91-744-3556677, +91-744-2757575 | E-mail : dlp@allen.ac.in | Website : www.dlp.allen.ac.in, dsat.allen.ac.in

DO NOT BREAK THE SEALS WITHOUT BEING INSTRUCTED TO DO SO BY THE INVIGILATOR/NIRIKSHAK KE ANUDESHO KE BINI MUHURE N TOIDE.

PART-1 : PHYSICS

भाग-1 : भौतिक विज्ञान

SECTION-I : (Maximum Marks: 80)

This section contains **20 questions**. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) **Only one option is correct**. For each question, marks will be awarded as follows:

Full Marks : +4 If correct answer is selected.

Zero Marks : 0 If none of the option is selected.

Negative Marks : -1 If wrong option is selected.

खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

इस खंड में **20 प्रश्न** हैं। प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) **केवल एक विकल्प सही** है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएंगे:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।

1. If the reading of ideal ammeter A in circuit shown here is zero, then the ratio $\frac{E_1}{E_2}$ of the emf's of the two batteries must be

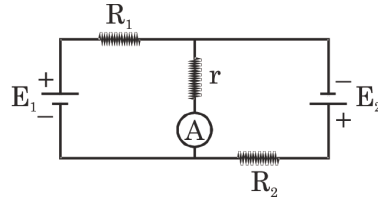
(A) 1

(B) $\frac{R_1}{R_2}$

(C) $\frac{R_2}{R_1}$

(D) None of these

प्रदर्शित परिपथ में आदर्श अमीटर A का पाठ्यांक शून्य हो तो दोनों बैटरियों के विद्युत वाहक बलों का अनुपात $\frac{E_1}{E_2}$ होगा:-



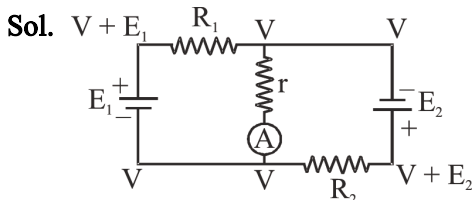
(A) 1

(B) $\frac{R_1}{R_2}$

(C) $\frac{R_2}{R_1}$

(D) इनमें से कोई नहीं

Ans. B



No, current through r

$$I = \frac{E_1}{R_1} = \frac{E_2}{R_2}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

2. A copper wire of length 'ℓ' and radius 'r' is nickel plated till its final radius is 2r. If the resistivity of the copper and nickle are ρ_c and ρ_n , then find the equivalent resistance of wire between its ends?

- (A) $\frac{\rho_c \rho_n \ell}{\pi r^2 (\rho_n + 3\rho_c)}$
 (B) $\frac{\rho_c \rho_n \ell}{\pi r^2 (\rho_n + 4\rho_c)}$
 (C) $\frac{\rho_c \rho_n \ell}{4\pi r^2 (\rho_n + 3\rho_c)}$
 (D) None of these

ताँबे के एक तार की लम्बाई 'ℓ' एवं त्रिज्या 'r' है, इस पर तब तक निकल प्लेटिंग की जाती है जब तक कि इसकी त्रिज्या 2r हो जाये। यदि ताँबे एवं निकिल की प्रतिरोधकता ρ_c व ρ_n हो तो तार के सिरों के बीच तुल्य प्रतिरोध ज्ञात कीजिये।

- (A) $\frac{\rho_c \rho_n \ell}{\pi r^2 (\rho_n + 3\rho_c)}$
 (B) $\frac{\rho_c \rho_n \ell}{\pi r^2 (\rho_n + 4\rho_c)}$
 (C) $\frac{\rho_c \rho_n \ell}{4\pi r^2 (\rho_n + 3\rho_c)}$
 (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. A

Sol. $R = \rho \frac{\ell}{A}$



Resistance of copper wire $R_{Cu} = \rho_c \frac{\ell}{\pi r^2}$

($\because A = \pi r^2$)

$\because A_{Ni} = \pi(2r)^2 - \pi r^2 = 3\pi r^2$

Resistance of Nickle wire

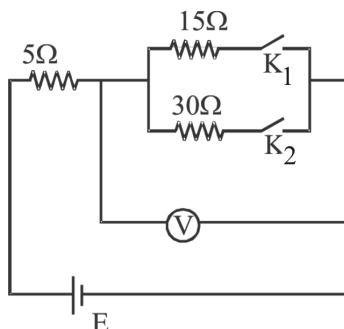
$\Rightarrow R_{Ni} = \rho_n \frac{\ell}{3\pi r^2}$

Both wire are connected in parallel. So equivalent resistance

$R = \frac{R_{Cu}R_{Ni}}{R_{Cu} + R_{Ni}} = \left(\frac{\rho_c \rho_n}{3\rho_c + \rho_n} \right) \frac{\ell}{\pi r^2}$

3. In the circuit shown in figure reading of voltmeter is V_1 when only K_1 is closed, reading of voltmeter is V_2 when only K_2 is closed and reading of voltmeter is V_3 when both K_1 and K_2 are closed. Then :-

दर्शाये परिपथ में जब केवल कुंजी K_1 को बन्द करते हैं तो वोल्टमीटर का पाठयांक V_1 है, जब केवल कुंजी K_2 को बन्द करते हैं, तो वोल्टमीटर का पाठयांक V_2 है तथा जब कुंजी K_1 व K_2 दोनों को बन्द करते हैं, तो वोल्टमीटर का पाठयांक V_3 है तो :-



- (A) $V_3 > V_2 > V_1$ (B) $V_2 > V_1 > V_3$
 (C) $V_3 > V_1 > V_2$ (D) $V_1 > V_2 > V_3$

Ans. B

Sol. $V_1 = \frac{15E}{5+15} = \frac{3E}{4} = 0.75E$
 $V_2 = \frac{30E}{5+35} = \frac{6E}{7} = 0.85E$
 $V_3 = \frac{10E}{10+5} = \frac{2E}{3} = 0.67E$
 $V_2 > V_1 > V_3$

4. Three copper wires are there with lengths and cross-sectional areas as (ℓ, A) ; $(2\ell, \frac{A}{2})$ and $(\frac{\ell}{2}, 2A)$. Resistance :-

- (A) minimum for the wire of cross-sectional area $\frac{A}{2}$
 (B) minimum for the wire of cross-sectional area A
 (C) minimum for the wire of cross-sectional area $2A$
 (D) same for all the three cases.

तीन तांबे के तारों की लम्बाई व अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल क्रमशः (ℓ, A) ; $(2\ell, \frac{A}{2})$ तथा $(\frac{\ell}{2}, 2A)$ है, प्रतिरोध :-

- (A) अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल $\frac{A}{2}$ वाले तार का न्यूनतम है
 (B) अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A वाले तार का न्यूनतम है
 (C) अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल $2A$ वाले तार का न्यूनतम है
 (D) तीनों स्थितियों में समान।

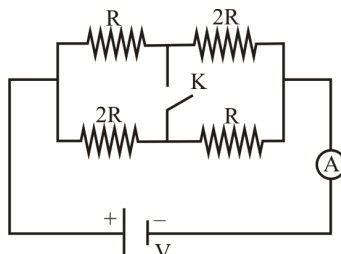
Ans. C

Sol. $R = \frac{\rho \ell}{A}$

5. How will the reading of ammeter change if the key k is closed ?

- (A) Increase
- (B) Decrease
- (C) Remains same
- (D) Information insufficient

कुन्जी k को बन्द करने के बाद अमीटर का पाठ्यांक किस प्रकार परिवर्तित होगा :-



- (A) बढ़ेगा
- (B) घटेगा
- (C) समान रहेगा
- (D) सूचना अपर्याप्त है

Ans. A

Sol. $i_1 = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{V}{1.5R}$
 $i_2 = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{V}{\frac{4R}{3}}$
 $\therefore i_2 > i_1$

6. In a potentiometer experiment when terminals of the cell are connected at distance of 52 cm on the wire, then no current flows through it. When 5Ω shunt resistance is connected across the cell the balancing length is 40 cm. The internal resistance of the cell (in Ω) is :-

एक विभवमापी के प्रयोग में जब सेल के सिरो को विभवमापी के 52 cm पर रखा जाता है तो उसमें धारा प्रवाहित नहीं होती है। जब उसे 5Ω के प्रतिरोधक से शन्ट किया जाता है तो संतुलित लम्बाई 40 cm आती है। आंतरिक प्रतिरोध (Ω में) होगा :-

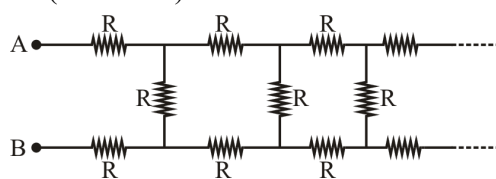
- (A) 5
- (B) $\frac{200}{52}$
- (C) $\frac{52}{8}$
- (D) 1.5

Ans. D

Sol. $r = \left(\frac{\ell_1}{\ell_2} - 1 \right) R$
 $= \left(\frac{52}{40} - 1 \right) 5$
 $= 1.5 \Omega$

7. The value of effective resistance between A and B is ? ($R = 2 \text{ k}\Omega$)

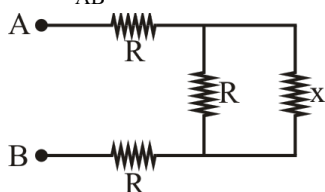
बिन्दु A तथा B के मध्य प्रभावी प्रतिरोध होगा ($R = 2 \text{ k}\Omega$)



- (A) $(1 + \sqrt{3}) \text{ k}\Omega$
 (B) $2(1 + \sqrt{3}) \text{ k}\Omega$
 (C) $(1 - \sqrt{3}) \text{ k}\Omega$
 (D) $2(1 - \sqrt{3}) \text{ k}\Omega$

Ans. B

Sol. Let $R_{AB} = x \Omega$



$$R_{AB} = R + \frac{Rx}{R+x} + R$$

$$x = 2R + \frac{Rx}{R+x}$$

$$\Rightarrow x = 2(1 + \sqrt{3}) \text{ k}\Omega$$

8. A heater takes 40 minutes to boil a given amount of water. Its coil is cut and $\frac{1}{4}$ th of its length is used in the heater now. How much time will it take now to boil the same amount of water using the same source ?

- (A) 10 minutes (B) 12 minutes
 (C) 15 minutes (D) 8 minutes

एक हीटर पानी की दी गयी मात्रा को 40 मिनट में उबाल देता है। इसकी कुण्डली को काटा जाता है तथा अब हीटर में कुण्डली की प्रारम्भिक लम्बाई की एक-चौथाई को उपयोग में लाया जाता है। समान स्रोत का उपयोग करते हुए अब हीटर द्वारा पानी की उसी मात्रा को उबालने में कितना समय लगेगा।

- (A) 10 मिनट (B) 12 मिनट
 (C) 15 मिनट (D) 8 मिनट

Ans. A

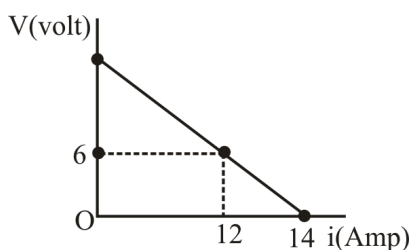
Sol. $H = \frac{V^2}{R} t_1 = \frac{V^2}{\frac{R}{4}} t_2$

$$t_2 = \frac{t_1}{4} = \frac{40 \text{ min}}{4}$$

$$= 10 \text{ min}$$

9. 10 Cells, each of emf 'E' and internal resistance 'r', are connected in series to a variable external resistance. Figure shows the variation of terminal potential difference of their combination with the current drawn from the combination. Emf of each cell is

विद्युत वाहक बल 'E' व आन्तरिक प्रतिरोध r वाले 10 सेल, एक परिवर्ती प्रतिरोध के साथ श्रेणी क्रम में जोड़े गये हैं। इस संयोजन के सिरों पर टर्मिनल वोल्टता का परिपथ में धारा के साथ परिवर्तन चित्र में दर्शाया गया है। प्रत्येक सेल का विद्युत वाहक बल होगा :-



- (A) 1.6 V
 (B) 3.6 V
 (C) 1.4 V
 (D) 4.2 V

Ans. D

10. Carbon resistor has resistance specified by three bands having colours red, yellow and black. If the resistor is remolded to make a resistor twice of previous length, the new colour code will be

- (A) White, Blue, Black
 (B) Red, Orange, Black
 (C) Brown, Red, Black
 (D) Yellow, Gray, Black

किसी कार्बन प्रतिरोधक पर प्रतिरोधों को तीन बैण्डों द्वारा दर्शाया गया है जिनके रंग लाल, पीला व काला है। यदि इस प्रतिरोधक को दो गुना लम्बाई वाले प्रतिरोधक में परिवर्तित कर दिया जाये तो अब नया वर्ण कोड होगा ?

- (A) श्वेत, नीला, काला
 (B) लाल, नारंगी, काला
 (C) भूरा, लाल, काला
 (D) पीला, स्लेटी, काला

Ans. A

Sol. $R_i = 24 \times 10^0 = 24 \Omega$

After molding $R_f = 4 R_i = 96 \Omega$

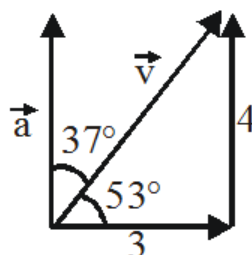
11. A particle is moving with a velocity of $\vec{v} = (3\hat{i} + 4\hat{j})$ m/s. Find the ratio of tangential acceleration to that of normal acceleration at $t = 1$ sec.

एक कण $\vec{v} = (3\hat{i} + 4\hat{j})$ m/s के वेग से गति कर रहा है। $t = 1$ s पर उसके स्पर्श रेखीय त्वरण व अभिलम्ब त्वरण का अनुपात ज्ञात कीजिए :-

- (A) 4/3 (B) 3/4
(C) 5/3 (D) 3/5

Ans. A

Sol.



$$t = 1s, v = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5, \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 4\hat{j}$$

$$a_t = 4\cos 37^\circ = \frac{16}{5}, a_N = \frac{12}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{a_t}{a_N} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$$

12. An insect trapped in a circular groove of some radius moves along the groove steadily and completes 10 revolutions in 100s. Choose the correct statement:-

- (A) The angular velocity of the insect is 10 rad/s
(B) The angular velocity of the insect is $\frac{\pi}{5}$ rad/s
(C) The angular velocity of the insect is $\frac{2\pi}{5}$ rad/s
(D) The angular velocity of the insect can't be defined as radius is unknown.

एक कीड़ा किसी त्रिज्या की वृताकार नालीदार पथ के अनुदिश इस प्रकार गति करता है कि 100s में 10 चक्कर पूरे करता है। तो सही कथन चुनिए -

- (A) कीड़े का कोणीय वेग 10 है।
(B) कीड़े का कोणीय वेग $\frac{\pi}{5}$ है।
(C) कीड़े का कोणीय वेग $\frac{2\pi}{5}$ है।
(D) कीड़े का कोणीय वेग ज्ञात नहीं कर सकते क्योंकि त्रिज्या ज्ञात नहीं है।

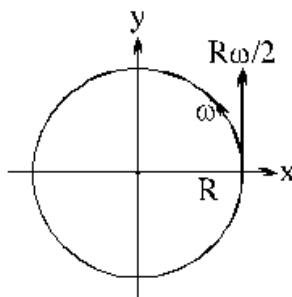
Ans. B

Sol. $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{10 \times 2\pi}{100} \text{ rad/s}$

13. A body moves in a circle of radius R having centre at origin, with an angular velocity ω in the x - y plane as shown in the figure. Another body moves parallel to y -axis with constant velocity $(R\omega/2)$. At time $t = 0$, both particles are at $(R, 0)$. The value of time t , when first body has velocity only along positive x -axis w.r.t. the second body is

- (A) $\pi/6\omega$
 (B) $5\pi/3\omega$
 (C) $5\pi/6\omega$
 (D) None of these

एक वस्तु x - y तल में ω कोणीय वेग से त्रिज्या R वाले वृत्त में गति करती है। वृत्त का केन्द्र मूल बिन्दु पर है। एक अन्य वस्तु y -अक्ष के समान्तर नियत वेग $(R\omega/2)$ से गति करती है। समय $t = 0$ पर दोनों कण $(R, 0)$ पर है। किस समय t पर दूसरी वस्तु के सापेक्ष पहली वस्तु का वेग केवल धनात्मक x - अक्ष के अनुदिश होगा ?



- (A) $\pi/6\omega$
 (B) $5\pi/3\omega$
 (C) $5\pi/6\omega$
 (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. B

Sol. $\vec{V}_1 = \omega R \cos \omega t \hat{j} - \omega R \sin \omega t \hat{i}$

$$\vec{V}_2 = \frac{\omega R}{2} \hat{j}$$

$$\vec{V}_{12} = \left(\omega R \cos \omega t - \frac{\omega R}{2} \right) \hat{j} - \omega R \sin \omega t \hat{i}$$

\vec{V}_{12} is along \hat{i} , when

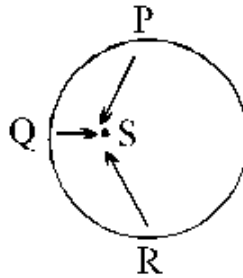
$$\cos \omega t = 1/2 \text{ and } \sin \omega t = -ve$$

$$\Rightarrow \omega t = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

14. An object moves counter-clockwise along the circular path shown below. As it moves along the path its acceleration vector continuously points towards point S. The object

- (A) speeds up at P, Q and R
- (B) slows down at P, Q and R
- (C) speeds up at P and slows down at R.
- (D) slows down at P and speeds up at R.

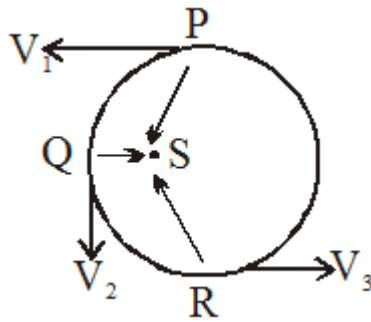
एक वस्तु प्रदर्शित वृत्तीय पथ के अनुदिश वामावर्त दिशा में गति करती है। जब यह पथ पर गति करती है तो इसका त्वरण सदिश लगातार बिन्दु S की तरफ इंगित रहता है। वस्तु की



- (A) P, Q तथा R पर चालें बढ़ती है।
- (B) P, Q तथा R पर चालें घटती है।
- (C) P पर चाल बढ़ती है तथा R पर घटती है।
- (D) P पर चाल घटती है तथा R पर बढ़ती है।

Ans. C

Sol.



$$\vec{a} \cdot \vec{v} = (+) \text{ at P (speeds up)}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{v} = (-) \text{ at R (speeds down)}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{v} = \text{Zero at Q (} a_t = 0 \text{)}$$

15. Two-wheeler can tilt while turning, but four-wheeler cannot. Estimate maximum safe speed of a four-wheeler on turn of radius 10 m assuming coefficient of static friction between tires and the flat road to be 0.64 and acceleration due to gravity to be 10 m/s^2 .

जब दो पहिया वाहन को चलाने के दौरान मोड़ पर घुमाया जाता है तो वह झुक जाते हैं जबकि चार पहिया वाहन नहीं झुकते हैं। टायरों तथा समतल सड़क के मध्य स्थैतिक घर्षण गुणांक को 0.64 तथा गुरुत्वीय त्वरण को 10 m/s^2 मानते हुए 10m त्रिज्या वाले घुमाव पर चार पहिया वाहन की अधिकतम सुरक्षित चाल ज्ञात कीजिए :-



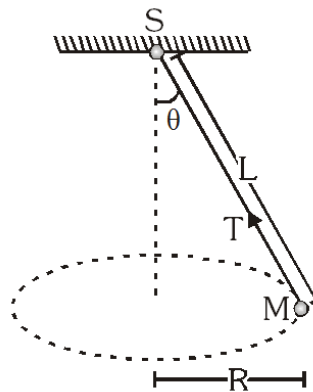
- (A) 6.4 m/s (B) 2.8 m/s
(C) 8 m/s (D) 10 m/s

Ans. C

Sol. $v_{\max} = \sqrt{\mu_s rg} = 8.0 \text{ m/s}$

16. A string of length L is fixed at one end and carries a mass M at the other end. The string makes $2/\pi$ revolutions per second around the vertical axis through the fixed end as shown in the figure, then tension in the string is

L लम्बाई की एक डोरी एक सिरे पर बंधी हुई है एवं इसके दूसरे सिरे पर M द्रव्यमान लटका है। डोरी स्थिर सिरे से गुजरने वाले उर्ध्वाधर अक्ष के परितः (चित्रानुसार) $2/\pi$ चक्कर प्रति सैकण्ड पूर्ण करती है। डोरी में तनाव है



- (A) ML (B) $2 ML$
(C) $4 ML$ (D) $16 ML$

Ans. D

Sol. $T \sin \theta = M\omega^2 R \dots(i)$

$T \sin \theta = M\omega^2 L \sin \theta \dots(ii)$

From (i) and (ii)

$$T = M\omega^2 L = M^4 \pi^2 n^2 L = M4\pi^2 \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 L = 16 ML$$

17. A circular curve of a highway is designed for traffic moving at 72 km/h. If the radius of the curved path is 100 m, the correct angle of banking of the road should be given by :

एक वृत्तीय वक्राकार सड़क को 72 km/h की चाल के लिए बनाया गया है। यदि वक्र की त्रिज्या $R = 100$ m हो तो सड़क का बंकन कोण होना चाहिए।

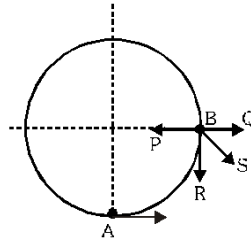
- (A) $\tan^{-1} \frac{2}{3}$ (B) $\tan^{-1} \frac{3}{5}$ (C) $\tan^{-1} \frac{2}{5}$ (D) $\tan^{-1} \frac{1}{4}$

Ans. C

Sol. $\tan \theta = \frac{v^2}{rg}$
 $\theta = \tan^{-1} \left[\frac{2}{5} \right]$

18. A ball of mass m moves inside a smooth spherical shell of radius R with velocity $\sqrt{2gR}$ at 'A'. What is the direction of force acting on the ball, when it reaches B ?

एक गेंद जिसका द्रव्यमान m है, R त्रिज्या के एक चिकने गोलीय कोश के अन्दर गति कर रही है, A पर इसकी चाल $\sqrt{2gR}$ है। जब यह B पर पहुँचती है तब गेंद पर कार्यरत बल की दिशा क्या होगी -



- (A) BP (B) BQ (C) BR (D) BS

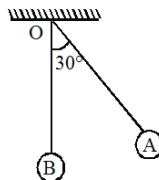
Ans. C

Sol. At B, $v = 0$ so only mg acts.

19. A pendulum is released from rest from the point A as shown in the figure. The string of the pendulum is taut. OA makes an angle 30° with the vertical. The acceleration of the pendulum bob at this instant would be

- (A) along \vec{AO} (B) along the vertical
 (C) in a direction perpendicular to OA (D) In a direction making an angle less than 30° with the vertical

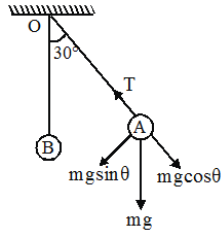
एक लोलक को चित्र में प्रदर्शित बिन्दु A से विरामावस्था से छोड़ते हैं। लोलक की रस्सी बँधी हुई है। OA ऊर्ध्वाधर से 30° कोण बनाता है। इस क्षण पर लोलक के गोलक का त्वरण होगा -



- (A) \vec{AO} के अनुदिश (B) ऊर्ध्वाधर के अनुदिश
 (C) OA की लम्बवत् दिशा में (D) ऊर्ध्वाधर से 30° से कम कोण बना रही दिशा में

Ans. C

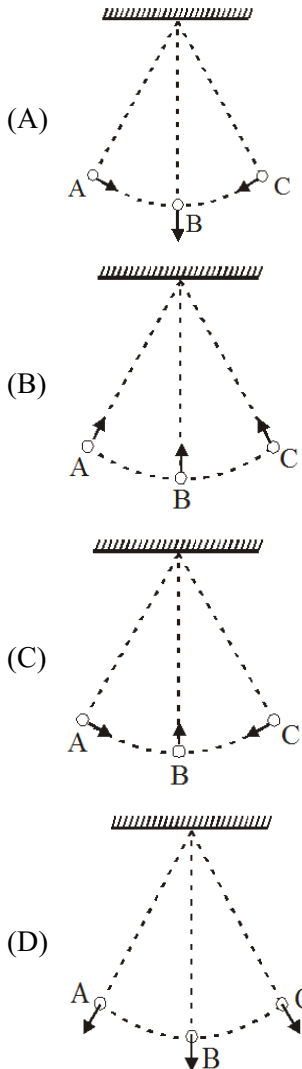
Sol.



At A : $T = mg \cos \theta$ balance so acceleration = $g \sin \theta$
perpendicular to OA

20. A simple pendulum of mass m swings about point B between extreme positions A and C. Net force acting on the bob at these three points is correctly shown by

एक सरल लोलक जिसका द्रव्यमान m है, बिन्दु B के परितः चरम बिन्दु A एवं C के बीच दोलन करता है। लोलक पर तीनों बिन्दु पर लगने वाले बल को कौनसे चित्र में सही रूप से दर्शाया गया है -



Ans. C

Sol. Velocities at extreme positions A and C are zero. So there is only tangential force and no centripetal force, and also at B it has centripetal force only.

SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 10 questions Candidates have to attempt any 5 questions out of 10. If more than 5 questions are attempted, then only first 5 attempted questions will be evaluated.

The answer to each question is a Numerical Value.

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : -1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खंड में 10 प्रश्न हैं। उम्मीदवारों को 10 में से किसी भी 5 प्रश्न का प्रयास करना है। यदि 5 से अधिक प्रश्नों का प्रयास किया जाता है, तो केवल पहले 5 प्रश्नों का मूल्यांकन किया जाएगा।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान (Numerical Value) है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में, उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।)

प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

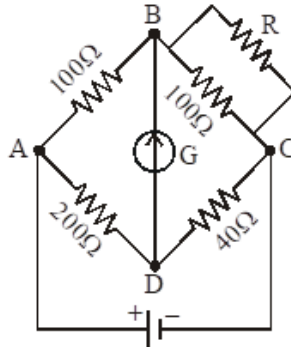
पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

1. The given Wheatstone bridge is showing no deflection in the galvanometer joined between the points B and D (figure). Calculate the value of R (in Ω).

दिये व्हीटस्टोन सेतु में बिन्दु B तथा D के बीच जुड़ा गैल्वेनोमीटर कोई विक्षेप नहीं दिखाता है। R का मान (Ω में) है:-



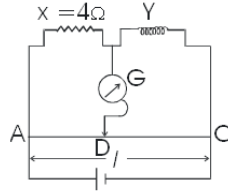
Ans. 25

$$\text{Sol. } \frac{100}{R_{eq}} = \frac{200}{40} \Rightarrow R_{eq} = 20\Omega$$

$$R_{eq} = \frac{R \times 100}{100 + R} = 20\Omega \Rightarrow R = 25\Omega$$

2. Figure shows a Meter bridge wire AC has uniform cross-section. The length of wire AC is 100 cm. X is a standard resistor of 4Ω and Y is a coil. When Y is immersed in melting ice the null point is at 40 cm from point A. When the coil Y is heated to 100°C , a 12Ω resistor has to be connected in parallel with Y in order to keep the bridge balanced at the same point. The temperature coefficient of resistance of the coil is $x \times 10^{-2}$ SI units. Find the value of x.

चित्र में एकसमान अनुप्रस्थ काट वाले मीटर सेतु तार AC को दर्शाया गया है जिसकी लम्बाई 100 cm है। यहाँ X एक 4Ω वाला मानक प्रतिरोधक है तथा Y एक कुण्डली है। जब Y को पिघले हुए बर्फ में डुबोया जाता है तो शून्य बिन्दु, बिन्दु A से 40 cm पर प्राप्त होता है। जब कुण्डली Y को 100°C तक गर्म किया जाता है तो सेतु को समान बिन्दु पर संतुलित बनाये रखने के लिए 12Ω का एक प्रतिरोधक Y के समान्तर क्रम में लगाना होता है। कुण्डली का ताप प्रतिरोध गुणांक $x \times 10^{-2}$ SI इकाई हो तो x का मान ज्ञात कीजिए -



Ans. 1

Sol. This is linear variation of resistance.

$$\frac{i \times 4}{i \times R_0} = \frac{AD}{DC} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{R_0} = \frac{2}{3} R_0 = 6 \frac{R \times 12}{R + 12} = 6 \Rightarrow R = 12$$

Now, $R = R_0 (1 + \alpha \Delta T)$

$$12 = 6 (1 + \alpha 100)$$

$$a = 1 \times 10^{-2}$$

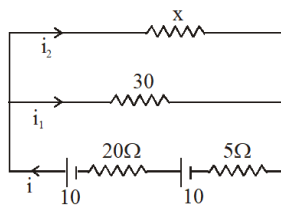
$$x = 1$$

3. The series combination of two batteries, both of the same emf 10 V, but different internal resistance of 20Ω and 5Ω , is connected to the parallel combination of two resistors 30Ω and $R\Omega$. The voltage difference across the battery of internal resistance 20Ω is zero, the value of R (in Ω) is : _____

क्रमबद्ध श्रेणी में जोड़ी हुई दो बैटरियों को पार्श्व सम्बंधन (parallel combination) में जुड़े दो प्रतिरोधक तारों से जोड़ा गया है। दोनों बैटरियों का विद्युत वाहक बल 10 V है पर उनकी आंतरिक प्रतिरोधकता 20Ω और 5Ω है। तारों के प्रतिरोध 30Ω और $R\Omega$ हैं। ऐसी दशा में यदि 20Ω आंतरिक प्रतिरोध वाली बैटरी के टर्मिनलों का विभवान्तर शून्य हो तो R (Ω में) का मान है _____

Ans. 30

Sol.



$$E_1 = E - ir \quad E_2 = E - ir$$

$$= 10 - i20 = 0 \quad = 10 - 0.5 \times 5$$

$$i = 0.5 \text{ A} \quad = 7.5 \text{ V}$$

$$E_{\text{net}} = E_1 + E_2 = 7.5 \text{ V}$$

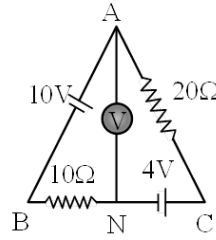
$$i = i_1 + i_2$$

$$0.5 = \frac{7.5}{x} + \frac{7.5}{30}$$

$$x = 30 \Omega$$

4. The reading of the ideal voltmeter (in volt) in the adjoining diagram will be :-

संलग्न परिपथ में आदर्श वोल्टमीटर का पाठयांक (वोल्ट में) है :-



Ans. 8

Sol. Current flowing in the circuit

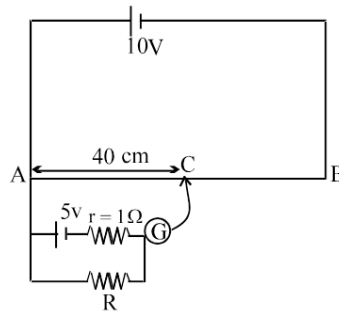
$$i = \frac{E}{R} = \frac{10 - 4}{20 + 10} = \frac{1}{5} \text{ A}$$

$$\text{P.D. across AC} = \frac{1}{5} \times 20 = 4 \text{ V}$$

$$\text{P.D. across AN} = 4 + 4 = 8 \text{ V}$$

5. A potentiometer wire AB is 100 cm long and has a total resistance of 10 ohm. If the galvanometer shows zero deflection at the position C, then the value of unknown resistance R (in ohm) is.

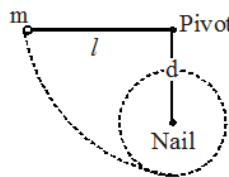
100cm लम्बे विभवमापी तार AB का कुल प्रतिरोध 10 Ω है। यदि स्थिति C पर गैल्वेनोमीटर में विक्षेप शून्य है तब अज्ञात प्रतिरोध R का मान (ओम में) है।



Ans. 4

6. A pendulum of mass m and length l is released from rest in a horizontal position. A nail at a distance d below the pivot, causes the mass to move along the path indicated by the dotted line. The minimum distance such that the mass will swing completely round in the circle shown in figure is d then $\frac{5d}{l}$ is

m द्रव्यमान तथा l लम्बाई का एक लोलक एक क्षैतिज स्थिति में विराम से मुक्त किया जाता है। कीलक से d दूरी नीचे एक कील द्रव्यमान को बिन्दुवत् रेखा द्वारा दर्शाये गये पथ के अनुदिश गति करवाती है। वह न्यूनतम दूरी जिससे द्रव्यमान चित्र में दर्शाये वृत्त में पूर्ण रूप से चक्कर लगा पाये, d है, तो $\frac{5d}{l}$ का मान होगा -

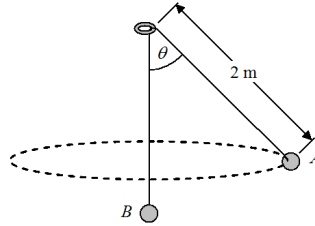


Ans. 3

Sol. $\sqrt{2gl} = \sqrt{5g(l - d)} \Rightarrow \frac{5d}{l} = 3$

7. Two very small balls A and B of masses 4.0 kg and 5.0 kg are affixed to the ends of a light inextensible cord that passes through a frictionless ring of negligible radius compared to the length of the cord. The ring is fixed at some height above the ground. Ball A is pulled aside and given a horizontal velocity so that it starts moving on a circular path parallel to the ground, keeping ball B in equilibrium as shown. Speed of the ball A is closest to

एक अविद्यमान धागे के दोनों सिरों A व B पर 4.0 kg तथा 5.0 kg की दो बहुत छोटे गेंदें बाँधी गई हैं। यह धागा एक घर्षणरहित छोटी वलय में से गुजरता है। वलय जमीन से कुछ ऊँचाई पर दृढ़ता से स्थिर की गई है। गेंद A को ऊर्ध्व से किसी कोण तक विस्थापित करके एक क्षैतिज वेग इस प्रकार दिया जाता है कि वह क्षैतिज वृत्ताकार पथ पर गतिमान हो जाती है तथा गेंद B चित्रानुसार साम्य अवस्था में रहती है। गेंद A की चाल का निकटतम मान है -



Ans. 3

Sol. $T \cos \theta = m_A g$ and $T = m_B g \Rightarrow \theta = 37^\circ$

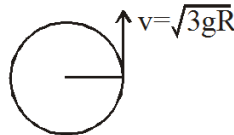
$$\text{and } \frac{m_A v_A^2}{(r = 2 \sin \theta)} = T \sin \theta \Rightarrow v_A = 3 \text{ m/s}$$

8. A body crosses the top most point of a vertical circle with critical speed. What will be its centripetal acceleration when the string is horizontal $g = 10 \text{ m/s}^2$:-

एक वस्तु एक ऊर्ध्वाधर वृत्त के शीर्ष बिन्दु को क्रान्तिक चाल से पार करती है। जब डोरी क्षैतिज है तो इसका अभिकेन्द्रीय त्वरण क्या होगा $g = 10 \text{ m/s}^2$:-

Ans. 30

Sol.



$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{3gr}{r} = 3g$$

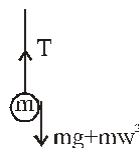
9. A weightless thread can withstand tension upto 30 N. A stone of mass 0.5 kg is tied to it and is revolved in a circular path of radius 2m in a vertical plane. If $g = 10 \text{ m/s}^2$, then the maximum angular velocity of the stone can be:-

एक भारहीन धागा 30N का तनाव सहन कर सकता है। 0.5 kg द्रव्यमान का पत्थर इससे बाँधा जाता है तथा 2 m त्रिज्या के वृत्तीय पथ पर उर्ध्व तल में घुमाया जाता है। यदि $g = 10 \text{ m/s}^2$ हो तो पत्थर का अधिकतम कोणीय वेग हो सकता है -

Ans. 5

Sol. At lowest point;

$$T - mg = m\omega^2 r$$



$$\Rightarrow 30 - 5 = 0.5 \omega^2 2$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{25} = 5 \text{ rad/s}$$

10. A body rotating with an angular speed of 600 rpm is uniformly accelerated to 1800 rpm in 10 sec. The number of rotations made in the process is ____.

600 rpm की चाल से घूर्णन करते हुए पिण्ड को 10s में 1800 rpm तक एकसमान रूप से त्वरित किया गया है। इस प्रक्रिया में होने वाले घूर्णनों की संख्या..... होगी।

Ans. 200

Sol. $\omega_f = \omega_0 + \alpha t$

$$\alpha = 1200 \times 6$$

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$= 600 \times \frac{10}{60} + \frac{1}{2} \times 1200 \times 6 \times \frac{1}{36}$$

$$\theta = 200$$

PART-2 : CHEMISTRY

भाग-2 : रसायन विज्ञान

SECTION-I : (Maximum Marks: 80)

This section contains **20 questions**. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) **Only one option is correct**. For each question, marks will be awarded as follows:

Full Marks : +4 If correct answer is selected.

Zero Marks : 0 If none of the option is selected.

Negative Marks : -1 If wrong option is selected.

खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

इस खंड में **20 प्रश्न** हैं। प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) **केवल एक विकल्प सही** है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएंगे:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।

1. In the reaction, $\text{Cl}_2 + \text{OH}^- \rightarrow \text{Cl}^- + \text{ClO}_4^- + \text{H}_2\text{O}$, chlorine is :

- (A) Oxidised
- (B) Reduced
- (C) Oxidised as well as reduced
- (D) Neither oxidised nor reduced

अभिक्रिया, $\text{Cl}_2 + \text{OH}^- \rightarrow \text{Cl}^- + \text{ClO}_4^- + \text{H}_2\text{O}$ में, क्लोरिन हो रही है :

- (A) ऑक्सीकृत
- (B) अपचयित
- (C) ऑक्सीकृत व अपचयित
- (D) न ऑक्सीकृत और न ही अपचयित

Ans. C

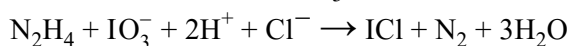
2. Equivalent weight of KMnO_4 in acidic medium

KMnO_4 का अम्लीय माध्यम में तुल्यांक भार है :-

- (A) M
- (B) M/2
- (C) M/5
- (D) M/3

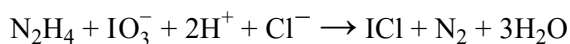
Ans. C

3. Hydrazine reacts with KIO_3 in presence of HCl as;



The equivalent masses of N_2H_4 and KIO_3 respectively are : ($\text{K} = 39, \text{I} = 127$) :-

हाइड्रेजीन, HCl की उपस्थिति में KIO_3 से निम्न प्रकार क्रिया करता है

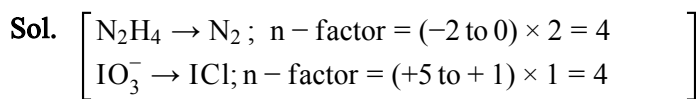


N_2H_4 व KIO_3 का तुल्यांकी भार क्रमशः है :

($\text{K} = 39, \text{I} = 127$) :-

- (A) 8,87
 (B) 8,35.6
 (C) 16,53.5
 (D) 8,53.5

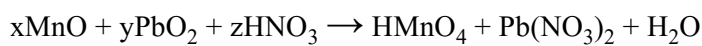
Ans. D



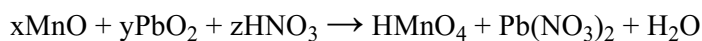
$$E_{\text{N}_2\text{H}_4} = \frac{32}{4} = 8$$

$$E_{\text{KIO}_3} = \frac{214}{4} = 53.5$$

4. In the redox reaction



रेडॉक्स अभिक्रिया में ;



- (A) $x = 2, y = 5, z = 10$
 (B) $x = 2, y = 7, z = 8$
 (C) $x = 2, y = 5, z = 8$
 (D) $x = 2, y = 5, z = 5$

Ans. A

Sol. $x = 2, y = 5, z = 10$

5. How many moles of stannous oxalate can be oxidised into Sn^{+4} and CO_2 using 1 mole of $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$?:-

एक मोल $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ का उपयोग करने पर स्टेनस ऑक्सेलेट के कितने मोल Sn^{+4} तथा CO_2 में ऑक्सीकृत हो सकते हैं?

- (A) 0.5
 (B) 1
 (C) 1.5
 (D) 2

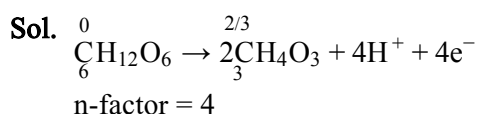
Ans. C

6. In a biological reaction glucose ($C_6H_{12}O_6$) is converted into 2 molecules of pyruvate ($C_3H_4O_3$). Equivalent weight of glucose in this reaction is-

एक जैविक अभिक्रिया में ग्लूकोस ($C_6H_{12}O_6$), पाइरूवेट ($C_3H_4O_3$) के 2 अणुओं में रूपान्तरित हो जाता है तो इस अभिक्रिया में ग्लूकोस का तुल्यांकी भार है-

- (A) 180
(B) 90
(C) 45
(D) 60

Ans. C

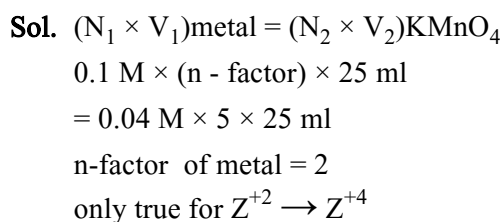


7. 25 ml of a 0.1 M solution of a cation of transition metal Z reacts exactly with 25 ml of 0.04 M acidified $KMnO_4$ solution. Which of the following is most likely to represent the change in oxidation state of Z ?

संक्रमण धातु Z के धनायन के 0.1 M, 25 ml विलयन की पूर्ण क्रिया अम्लीकृत 0.04 M $KMnO_4$ के 25 ml के साथ होती है। निम्न में से कौन Z की ऑक्सीकरण अवस्था का सभावित परिवर्तन दर्शाता है ?

- (A) $Z^+ \rightarrow Z^{2+}$
(B) $Z^{2+} \rightarrow Z^{3+}$
(C) $Z^{3+} \rightarrow Z^{4+}$
(D) $Z^{2+} \rightarrow Z^{4+}$

Ans. D



8. The oxidation state of Fe in $Na_3[Fe(NH_3)(CN)_5] \cdot 2H_2O$

$Na_3[Fe(NH_3)(CN)_5] \cdot 2H_2O$ में Fe की ऑक्सीकरण अवस्था क्या होगी?

- (A) -1
(B) +1
(C) +2
(D) +3

Ans. C

9. In the reaction, $P_2H_4 \rightarrow PH_3 + P_4H_2$ the equivalent mass of P_2H_4 may be given as :-

अभिक्रिया $P_2H_4 \rightarrow PH_3 + P_4H_2$ में P_2H_4 का तुल्यांकी भार निम्न प्रकार दिया जा सकता है :-

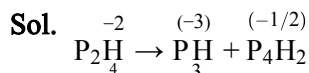
(A) $\frac{3m}{4}$

(B) $\frac{5m}{6}$

(C) $\frac{3m}{5}$

(D) $\frac{12m}{13}$

Ans. B



Disproportionation reaction

$$n_1(\text{oxd.}) = \left(-2 \text{ to } -\frac{1}{2} \right) \times 2 = 3$$

$$n_2(\text{red.}) = (-2 \text{ to } -3) \times 2 = 2$$

$$n - \text{factor} = \frac{(3 \times 2)}{(3 + 2)} =$$

$$E = \frac{m}{n - \text{factor}} = \frac{5m}{6}$$

10. Number of moles of $K_2Cr_2O_7$ that can be reduced by 1 mole of Sn^{+2} ions is -

$K_2Cr_2O_7$ के मोलों की संख्या क्या है, जो 1 मोल Sn^{+2} आयनों द्वारा अपचयित की जा सकती है?

(A) $\frac{1}{3}$

(B) $\frac{3}{2}$

(C) $\frac{5}{6}$

(D) $\frac{6}{5}$

Ans. A

11. Type of isomerism exhibited $[Cr(NCS)(NH_3)_5] [ZnCl_4]$:-

(A) Coordination isomerism

(B) Linkage isomerism

(C) Ionization isomerism

(D) Both coordination and linkage isomerism

$[Cr(NCS)(NH_3)_5] [ZnCl_4]$ कौन सी समावयवता दर्शाएगा?

(A) उपसहसंयोजन समावयवता

(B) संधि समावयवता

(C) आयनन समावयवता

(D) संधि व उपसहसंयोजन समावयवता दोनों

Ans. D

Sol. due to NCS^\ominus , linkage

both ions are complex, coordination

12. Complexes $[\text{Co}(\text{SO}_4)(\text{NH}_3)_5]\text{Br}$ and $[\text{CoBr}(\text{NH}_3)_5]\text{SO}_4$ can be distinguished by : -

- (A) Conductance measurement (B) using BaCl_2
 (C) using AgNO_3 (D) All

संकुल $[\text{Co}(\text{SO}_4)(\text{NH}_3)_5]\text{Br}$ व $[\text{CoBr}(\text{NH}_3)_5]\text{SO}_4$ में विभेद किस प्रकार से करेंगे ?

- (A) चालकता का मापन (B) BaCl_2 का प्रयोग करके
 (C) AgNO_3 का प्रयोग करके (D) सभी

Ans. D

Sol. $[\text{Co}(\text{NH}_3)_5\text{BrSO}_4] > [\text{Co}(\text{NH}_3)_5\text{SO}_4]\text{Br}$ (conductivity) $[\text{Co}(\text{NH}_3)_5\text{Br}]\text{SO}_4$ forms ppt. of BaSO_4 with BaCl_2

13. Assign the hybridisation, shape and magnetic moment of $[\text{Cu}(\text{NH}_3)_4]\text{SO}_4$

- (A) dsp^2 , square planer, 1.73 BM
 (B) sp^3 , tetrahedral, 1.73 BM
 (C) dsp^2 , square planer, 2.44 BM
 (D) sp^3 , tetrahedral, 2.44 BM

$[\text{Cu}(\text{NH}_3)_4]\text{SO}_4$ का संकरण, आकृति व चुम्बकीय आघूर्ण होगा।

- (A) dsp^2 , वर्ग समतलीय, 1.73 BM
 (B) sp^3 , चतुष्फलकीय, 1.73 BM
 (C) dsp^2 , वर्ग समतलीय, 2.44 BM
 (D) sp^3 , चतुष्फलकीय, 2.44 BM

Ans. A

14. The octahedral complex of a metal ion M^{3+} with four monodentate ligands L_1 , L_2 , L_3 and L_4 absorb wavelength in the region of red, green, yellow and blue, respectively. The increasing order of ligand strength of the four ligands is:

M^{3+} धातु आयन का चार एक पकड़ी लिगेण्डों, L_1 , L_2 , L_3 और L_4 के साथ अष्ट फलकीय संकर लाल, हरे, पीले और नीले स्थलों से तरंगदैर्घ्यों का क्रमानुसार अवशोषण करता है। चार लिगेण्डों की शक्ति का बढ़ता क्रम है-

- (A) $\text{L}_3 < \text{L}_2 < \text{L}_4 < \text{L}_1$
 (B) $\text{L}_1 < \text{L}_2 < \text{L}_4 < \text{L}_3$
 (C) $\text{L}_4 < \text{L}_3 < \text{L}_2 < \text{L}_1$
 (D) $\text{L}_1 < \text{L}_3 < \text{L}_2 < \text{L}_4$

Ans. D

15. Crystal field stabilization energy for high spin d^4 octahedral complex is :-

उच्च स्पिन d^4 अष्ट फलकीय कॉम्प्लेक्स के लिये क्रिस्टल क्षेत्र स्थायीकरण ऊर्जा निम्न में कौनसी है?

- (A) $-0.6 \Delta_0$
 (B) $-1.8 \Delta_0$
 (C) $-1.6 \Delta_0 + P$
 (D) $-1.2 \Delta_0$

Ans. A

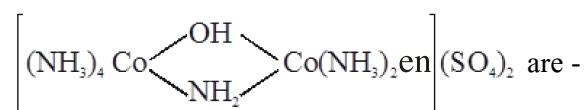
16. Which of the following complex is most stable among the following :-

निम्न में से कौनसा संकुल सबसे अधिक स्थायी है :-

- (A) $\text{Na}_3 [\text{Fe}(\text{C}_2\text{O}_4)_3]$
 (B) $[\text{Co}(\text{NH}_3)_6]^{+3}$
 (C) $[\text{Cr}(\text{NH}_3)_6] \text{Cl}_3$
 (D) $\text{Na}_3 [\text{CoF}_6]$

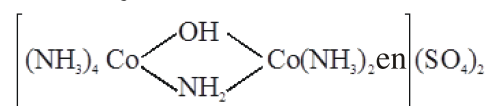
Ans. A

17. Oxidation state and coordination number of cobalt in given complex –



- (A) +3 & 4
 (B) +3 & 6
 (C) +2 & 4
 (D) +2 & 6

दिये गये संकुल यौगिक



में कोबाल्ट की ऑक्सीकरण अवस्था तथा समन्वय संख्या है -

- (A) +3 व 4
 (B) +3 व 6
 (C) +2 व 4
 (D) +2 व 6

Ans. B

SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 10 questions Candidates have to attempt any 5 questions out of 10. If more than 5 questions are attempted, then only first 5 attempted questions will be evaluated.

The answer to each question is a Numerical Value.

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : -1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खंड में 10 प्रश्न हैं। उम्मीदवारों को 10 में से किसी भी 5 प्रश्न का प्रयास करना है। यदि 5 से अधिक प्रश्नों का प्रयास किया जाता है, तो केवल पहले 5 प्रश्नों का मूल्यांकन किया जाएगा।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान (Numerical Value) है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में, उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।)

प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

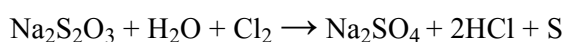
पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

1. The eq. wt. of $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$ as reductant in the reaction $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3 + \text{H}_2\text{O} + \text{Cl}_2 \rightarrow \text{Na}_2\text{SO}_4 + 2\text{HCl} + \text{S}$ is $\frac{\text{Mw}}{x}$, then x will be :-

निम्न अभिक्रिया में



अपचायक के रूप में $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$ का तुल्यांकी भार $\frac{\text{Mw}}{x}$ है तो x होगा:-

Ans. 8

2. 4 mole of a mixture of Mohr's salt and $\text{Fe}_2(\text{SO}_4)_3$ requires 500 mL of 1 M $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ for complete oxidation in acidic medium. The mole % of the Mohr's salt in the mixture is :-

मोहर लवण तथा $\text{Fe}_2(\text{SO}_4)_3$ के मिश्रण के 4 मोल के अम्लीय माध्यम में पूर्ण ऑक्सीकरण के लिए 1 M $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ के 500 मिली की आवश्यकता होती है। मिश्रण में मोहर लवण की % मात्रा है :-

Ans. 75



Mohr salt

x mol (4-x) mol

∴ (Eq) $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7 = (\text{Eq})$ Mohr salt

$(\text{Cr}^{+6} \rightarrow \text{Cr}^{+3}) \quad (\text{Fe}^{+2} \rightarrow \text{Fe}^{+3})$

$N \times V_{(L)} = \text{mol} \times n \text{ factor}$

$1 \times 6 \times 0.5 = x \times 1$

$x = 3 \text{ mol}$

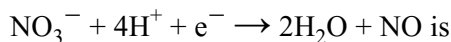
∴ % of Mohr's salt in mixture = $\frac{3}{4} \times 100 = 75\%$

3. In H_2SO_5 , $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$, CrO_5 underline element having oxidation number X,Y,Z respectively then $X + Y + Z$ will be

In H_2SO_5 , $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$, CrO_5 में रेखांकित तत्वों का ऑक्सीकरण अंक क्रमशः X,Y,Z हो तो $X+Y+Z$ का मान होगा

Ans. 18

4. The number of electrons to balance the following equation :-



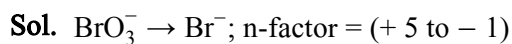
को संतुलित करने के लिये इलेक्ट्रॉनों की संख्या है

Ans. 3

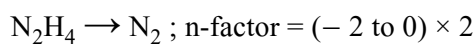
5. How many moles of hydrazine (N_2H_4) can be oxidized into N_2 using $2/3$ mole of bromate ions ($\text{BrO}_3^- \rightarrow \text{Br}^-$):-

$2/3$ मोल ब्रोमेट आयन ($\text{BrO}_3^- \rightarrow \text{Br}^-$) द्वारा हाइड्रेजीन (N_2H_4) के कितने मोल को N_2 में ऑक्सीकृत किया जा सकता है :-

Ans. 1



$$= 6 e^- \text{ gain}$$



$$= 4e^- \text{ loss}$$

$$\text{Total loss} = \text{Total gain}$$

$$n \times 4e^- = \frac{2}{3} \times 6e^-$$

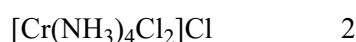
$$n = 1 \text{ mole}$$

6. Sum of number of ions in aqueous solution of $\text{CrCl}_3 \cdot 5\text{NH}_3$ and $\text{CrCl}_3 \cdot 4\text{NH}_3$:-

$\text{CrCl}_3 \cdot 5\text{NH}_3$ तथा $\text{CrCl}_3 \cdot 4\text{NH}_3$ के जलीय विलयन से प्राप्त आयनों की संख्या का योग:-

Ans. 5

Sol. Ions in aq. solution

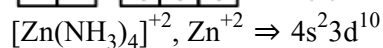
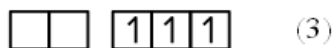
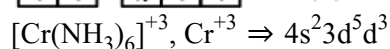
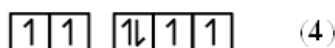


$$3 + 2 = 5 \text{ ions}$$

7. Find sum of number of unpaired electron in $[\text{CoCl}_6]^{-3}$, $[\text{Cr}(\text{NH}_3)_6]^{+3}$ and $[\text{Zn}(\text{NH}_3)_4]^{+2}$:-

$[\text{CoCl}_6]^{-3}$, $[\text{Cr}(\text{NH}_3)_6]^{+3}$ तथा $[\text{Zn}(\text{NH}_3)_4]^{+2}$ में अयुग्मित इलेक्ट्रॉनों की संख्या का योग है:-

Ans. 7



$$\text{unpaired } e^- = 0$$

$$\text{Sum} = 7e^-$$

8. Find the number of optically active isomers for $[\text{Pd}(\text{en})_2(\text{NH}_3)(\text{H}_2\text{O})]^{4+}$ cation.

धनायन $[\text{Pd}(\text{en})_2(\text{NH}_3)(\text{H}_2\text{O})]^{4+}$ के कुल प्रकाशिक सक्रिय समावयिवों की संख्या ज्ञात करो।

Ans. 2

Sol. $[\text{Pd}(\text{en})_2(\text{NH}_3)(\text{H}_2\text{O})]^{4+}$

$M(\text{aa})_2bc$ forms shows 2 optically active isomers

9. How many of the given ores are ores of Cu ?

Azurite, Pyrolusite, Malachite, Cuprite, Chalcocite, Dolomite, Limonite, Galena

दिए गए अयस्कों में से Cu के कितने अयस्क हैं ?

एजुराईट, पायरोलुसाइट, मैलेकाइट, क्यूप्राइट, चैल्कोसाइट, डोलोमाइट, लिमोनाइट, गैलेना

Ans. 4

Sol. Azurite – $2\text{CuCO}_3 \cdot \text{Cu}(\text{OH})_2$

Malachite – $\text{CuCO}_3 \cdot \text{Cu}(\text{OH})_2$

Cuprite – Cu_2O

Chalcocite – Cu_2S

10. Find the number of metals which are commercially extracted by carbon reduction method.

Pb, Fe, Zn, Mg, Al, Na, Au, Ag

निम्न में से ऐसे अयस्कों की संख्या बताइयें जिन्हें औद्योगिक रूप से कार्बन अपचयन विधि द्वारा निष्कर्षित किया जाता है

Pb, Fe, Zn, Mg, Al, Na, Au, Ag

Ans. 3

PART-3 : MATHEMATICS

भाग-3 : गणित

SECTION-I : (Maximum Marks: 80)

This section contains 20 questions. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) Only one option is correct. For each question, marks will be awarded as follows:

Full Marks : +4 If correct answer is selected.

Zero Marks : 0 If none of the option is selected.

Negative Marks : -1 If wrong option is selected.

खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

इस खंड में 20 प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) केवल एक विकल्प सही है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएंगे:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।

1. The value of expression

$$\frac{2(\sin 1^\circ + \sin 2^\circ + \sin 3^\circ + \dots + \sin 89^\circ)}{2(\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \dots + \cos 44^\circ) + 1}$$

equals:-

व्यंजक

$$\frac{2(\sin 1^\circ + \sin 2^\circ + \sin 3^\circ + \dots + \sin 89^\circ)}{2(\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \dots + \cos 44^\circ) + 1}$$

का मान होगा-

(A) $\sqrt{2}$

(B) $1/\sqrt{2}$

(C) $1/2$

(D) 0

Ans. A

Sol. Numerator

$$\begin{aligned} &= 2[(\sin 1^\circ + \sin 89^\circ) + (\sin 2^\circ + \sin 88^\circ) + \dots \\ &+ (\sin 44^\circ + \sin 46^\circ) + \sin 45^\circ] \\ &\Rightarrow \frac{\text{Numerator}}{\text{Denominator}} \\ &= 2[\sin 45^\circ \{2(\cos 44^\circ + \cos 43^\circ + \dots + \cos 1^\circ) + 1\}] \\ &2(\cos 44^\circ + \cos 43^\circ + \dots + \cos 1^\circ) + 1] \\ &= 2 \sin 45^\circ = \sqrt{2} \end{aligned}$$

2. If $x \cos \theta = y \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) = z \cos \left(\theta + \frac{4\pi}{3} \right)$ then $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ is equal to :-
 (A) 0 (B) 1
 (C) 2 (D) None

- यदि $x \cos \theta = y \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) = z \cos \left(\theta + \frac{4\pi}{3} \right)$ तब $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ बराबर है :-
 (A) 0 (B) 1
 (C) 2 (D) कोई नहीं

Ans. A

Sol. If $x \cos \theta = y \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) = z \cos \left(\theta + \frac{4\pi}{3} \right) = \frac{1}{\lambda}$
 $\frac{1}{x} = \lambda \cos \theta, \frac{1}{y} = \lambda \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right), \frac{1}{z} = \lambda \cos \left(\theta + \frac{4\pi}{3} \right)$
 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \lambda \left(\cos \theta + \cos \left(\frac{2\pi}{3} + \theta \right) + \cos \left(\frac{4\pi}{3} + \theta \right) \right)$
 $= \lambda \left[\cos \theta + 2 \cos(\pi + \theta) \cos \frac{\pi}{3} \right]$
 $= \lambda \left[\cos \theta - 2 \times \cos \theta \times \frac{1}{2} \right] = 0$

3. The difference between the greatest and the least possible value of the expression $3 - \cos x + \sin^2 x$ is
 व्यंजक $3 - \cos x + \sin^2 x$ के संभावित महत्तम व न्यूनतम मानों के बीच का अन्तर है।

- (A) $\frac{13}{4}$ (B) $\frac{17}{4}$
 (C) $\frac{9}{4}$ (D) $\frac{1}{4}$

Ans. C

Sol. $3 - \cos x + 1 - \cos^2 x$
 $= -(\cos^2 x + \cos x) + 4$
 $= -\left(\cos^2 x + \cos x + \frac{1}{4} \right) + 4 + \frac{1}{4}$
 $= -\left(\cos x + \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{17}{4}$
 $= \frac{17}{4} - \left(\cos x + \frac{1}{2} \right)^2$
 Maximum value (at $\cos x = -\frac{1}{2}$) = $\frac{17}{4}$
 Minimum value (at $\cos x = 1$) = $\frac{17}{4} - \frac{9}{4} = 2$
 Difference = $\frac{17}{4} - 2 = \frac{9}{4}$

4. One root of the equation $\cos x - x + \frac{1}{2} = 0$ lies in the interval :-

समीकरण $\cos x - x + \frac{1}{2} = 0$ का एक मूल निम्न में से किस अन्तराल में होगा :-

- (A) $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ (B) $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$ (C) $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ (D) $\left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$

Ans. A

Sol. Let $f(x) = \cos x - x + \frac{1}{2}$

$$f(0) = 0 - 0 + \frac{1}{2} > 0$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 - \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1 - \pi}{2} < 0$$

Therefore, one root lies in the interval $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

5. The number of solutions of the equation $\tan^2 x - \sec^{10} x + 1 = 0$ in $(0, 10)$, is -

- (A) 3 (B) 8 (C) 10 (D) None of these

समीकरण $\tan^2 x - \sec^{10} x + 1 = 0$ के $(0, 10)$ में हलों की संख्या होगी -

- (A) 3 (B) 8 (C) 10 (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. A

Sol. $\sec^2 x - \sec^{10} x = 0$

$$\Rightarrow \sec^2 x(1 - \sec^8 x) = 0$$

$$\Rightarrow 1 - \sec^8 x = 0 \text{ as } \sec^2 x \geq 1$$

$$\Rightarrow \sec^8 x = 1 \Rightarrow \cos^8 x = 1$$

$$\Rightarrow \cos x = \pm 1$$

$$\Rightarrow x = n\pi, n \in \mathbb{I}$$

$$\Rightarrow x = \{\pi, 2\pi, 3\pi\} \in (0, 10)$$

So, the required number is 3

6. Let $\theta \in [0, 4\pi]$ satisfy the equation

$(\sin \theta + 2)(\sin \theta + 3)(\sin \theta + 4) = 6$. If the sum of all the values of θ is of the form $k\pi$, then the value of k is:-

यदि $\theta \in [0, 4\pi]$ तो समीकरण

$(\sin \theta + 2)(\sin \theta + 3)(\sin \theta + 4) = 6$ के हलों का योगफल $k\pi$, हो तो k का मान होगा-

- (A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 2

Ans. B

Sol. $(\sin \theta + 2)(\sin \theta + 3)(\sin \theta + 4) = 6$

$$\text{L.H.S.} \leq 6 \text{ and R.H.S.} = 6$$

Therefore, equality only holds if

$$\sin \theta = -1 \text{ or } \theta = 3\pi/2, 7\pi/2$$

$$\therefore \text{Sum} = 5\pi \Rightarrow k = 5$$

7. If $x \in (\pi, 2\pi)$ &

$$\frac{\sqrt{1+\cos x} + \sqrt{1-\cos x}}{\sqrt{1+\cos x} - \sqrt{1-\cos x}} = \cot\left(a + \frac{x}{2}\right) \text{ then 'a' equals :-}$$

- (A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) None of these

यदि $x \in (\pi, 2\pi)$ तथा

$$\frac{\sqrt{1+\cos x} + \sqrt{1-\cos x}}{\sqrt{1+\cos x} - \sqrt{1-\cos x}} = \cot\left(a + \frac{x}{2}\right) \text{ तो 'a' बराबर है}$$

- (A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. A

Sol.

$$\sqrt{1+\cos x} = \sqrt{2\cos^2 \frac{x}{2}} = \sqrt{2} \left| \cos \frac{x}{2} \right|$$

$$\sqrt{1-\cos x} = \sqrt{2} \left| \sin \frac{x}{2} \right|$$

$$\therefore \frac{\sqrt{1+\cos x} + \sqrt{1-\cos x}}{\sqrt{1+\cos x} - \sqrt{1-\cos x}} = \frac{\left| \cos \frac{x}{2} \right| + \left| \sin \frac{x}{2} \right|}{\left| \cos \frac{x}{2} \right| - \left| \sin \frac{x}{2} \right|}$$

$$= \frac{-\cos \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{2}}{-\cos \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2}} = \frac{1 - \tan \frac{x}{2}}{1 + \tan \frac{x}{2}} = \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)$$

$$= \cot\left[\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right)\right] = \cot\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right)$$

$$\therefore \boxed{a = \frac{\pi}{4}}$$

8. Find no. of solution of equation

$$16^{\sin^2 x} + 16^{\cos^2 x} = 10 ; 0 \leq x \leq 2\pi$$

समीकरण $16^{\sin^2 x} + 16^{\cos^2 x} = 10$ के $0 \leq x \leq 2\pi$ में हलों की संख्या है

- (A) 2 (B) 4 (C) 8 (D) 0

Ans. C

Sol. $16^{\sin^2 x} + 16^{1-\sin^2 x} = 10$

put $16^{\sin^2 x} = t$

$$t + \frac{16}{t} = 10$$

$$t^2 - 10t + 16 = 0$$

$$\therefore t = 2 \text{ or } t = 8$$

$$t = 2 \quad \left| \quad t = 8 \right.$$

$$16^{\sin^2 x} = 2^1 \quad \left| \quad 16^{\sin^2 x} = 2^3 \right.$$

$$\therefore \sin^2 x = \frac{1}{4} \quad \left| \quad \sin^2 x = \frac{3}{4} \right.$$

$$\sin x = \pm \frac{1}{2} \quad \left| \quad \sin x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \right.$$

w $[0, 2\pi]$ Total solution = 8

9. If α, β, γ and δ are the solutions of the equation $\tan\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = 3 \tan 3\theta$, no two of which have equal tangents, then the value of $\tan \alpha + \tan \beta + \tan \gamma + \tan \delta$ is

यदि समीकरण $\tan\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = 3 \tan 3\theta$ के मूल α, β, γ व δ है इनमें से किन्हीं दो के कोज्या का मान समान नहीं है तो $\tan \alpha + \tan \beta + \tan \gamma + \tan \delta =$

- (A) 0
(B) 1
(C) 2
(D) 1/3

Ans. A

Sol. We have,

$$\begin{aligned} \tan\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) &= 3 \tan 3\theta \\ \Rightarrow \frac{1 + \tan \theta}{1 - \tan \theta} &= 3 \cdot \frac{3 \tan \theta - \tan^3 \theta}{1 - 3 \tan^2 \theta} \\ \Rightarrow \frac{1 + t}{1 - t} &= 3 \left(\frac{3t - t^3}{1 - 3t^2} \right) \quad [\text{putting } t = \tan \theta] \\ \Rightarrow 3t^4 - 6t^2 + 8t - 1 &= 0 \\ \text{So } t_1 + t_2 + t_3 + t_4 &= \frac{0}{3} = 0 \\ \therefore \tan \alpha + \tan \beta + \tan \gamma + \tan \delta &= 0 \end{aligned}$$

10. In a ΔABC , $A : B : C = 3 : 5 : 4$ Then $[a + b + c\sqrt{2}]$ is equal to

किसी ΔABC , में, यदि $A : B : C = 3 : 5 : 4$ तब $[a + b + c\sqrt{2}]$ का मान होगा।

- (A) 2b
(B) 2c
(C) 3b
(D) 3a

Ans. C

Sol. $\because A : B : C = 3 : 5 : 4$

$$\Rightarrow A + B + C = 12x = 180^\circ \Rightarrow x = 15^\circ$$

$$\therefore A = 45^\circ, B = 75^\circ, C = 60^\circ$$

$$\frac{a}{\sin 45^\circ} = \frac{b}{\sin 75^\circ} = \frac{c}{\sin 60^\circ} = K \text{ (say)}$$

$$\therefore a = \frac{1}{\sqrt{2}}K, b = \frac{\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{2}}K, c = \frac{\sqrt{3}}{2}K$$

$$\therefore a + b + c\sqrt{2} = 3b.$$

11. An observer on the top of tree, finds the angle of depression of a car moving towards the tree to be 30° . After 3 minutes this angle becomes 60° , so the time taken by car to reach the tree is:-

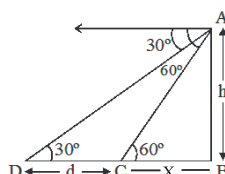
- (A) 4.5 min. (B) 3 min. (C) 1.5 min. (D) None of these

एक प्रेक्षक जो एक पेड़ के सिरे पर हैं, पेड़ की तरफ आती कार का अवनमन कोण 30° पाता हैं 3 मिनट पश्चात् कोण 60° हो जाता हैं। तब कार पेड़ तक पहुँचने में कितना समय लेगी :-

- (A) 4.5 min (B) 3 min (C) 1.5 min. (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. C

Sol.



$$\tan 60^\circ = \frac{h}{x}$$

$$x = \frac{h}{\sqrt{3}} \dots (1)$$

$$\tan 30^\circ = \frac{h}{d-x}$$

$$\sqrt{3} h = d + \frac{h}{\sqrt{3}}$$

$$d = \frac{2h}{\sqrt{3}} = 2x$$

so time take = 1.5 min.

12. In ΔABC , $b^2 + c^2 = 1999 a^2$,

then $\frac{\cot B + \cot C}{\cot A}$ is equal to :-

त्रिभुज ABC में, यदि $b^2 + c^2 = 1999 a^2$,

तब $\frac{\cot B + \cot C}{\cot A}$ का मान है :-

- (A) $\frac{1}{999}$ (B) $\frac{1}{1999}$ (C) 999 (D) 1999

Ans. A

Sol.
$$\frac{\cot B + \cot C}{\cot A} = \frac{(\cos B \sin C + \sin B \cos C) \sin A}{\sin B \sin C \cos A}$$

$$= \frac{\sin(B+C) \cdot \sin A}{\sin B \sin C \cos A}$$

$$= \frac{\sin^2 A}{\sin B \sin C \cos A} = \frac{\frac{a^2}{\lambda^2}}{\frac{bc}{\lambda^2} \left\{ \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} \right\}}$$

$$= \frac{2a^2}{b^2 + c^2 - a^2}$$

$$= \frac{2a^2}{1999a^2 - a^2} = \frac{1}{999}$$

13. In a triangle ABC, $a : b : c = 4 : 5 : 6$. The ratio of the radius of the circumcircle to that of the incircle is :-

- (A) $\frac{16}{7}$ (B) $\frac{7}{16}$
 (C) $\frac{16}{3}$ (D) none of these

त्रिभुज ABC में, $a : b : c = 4 : 5 : 6$ है तो परित्रिज्या व अन्तःत्रिज्या का अनुपात होगा-

- (A) $\frac{16}{7}$ (B) $\frac{7}{16}$
 (C) $\frac{16}{3}$ (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. A

Sol. Let $a = 4K$, $b = 5K$, $c = 6K$.

Then $2s = 15K$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{R}{r} &= \frac{abc/4\Delta}{\Delta/s} = \frac{abcs}{4\Delta^2} \\ &= \frac{abcs}{4s(s-a)(s-b)(s-c)} \\ &= \frac{2abc}{(2s-2a)(2s-2b)(2s-2c)} \\ &= \frac{(2)(4)(5)(6)K^3}{7K.(5K)(3K)} = \frac{(2)(4)(5)(6)}{(7)(5)(3)} \\ &= \frac{16}{7} \end{aligned}$$

14. In a triangle ABC, if $\frac{\cos A}{a} = \frac{\cos B}{b} = \frac{\cos C}{c}$ and $a = 2$, then its area is -

ΔABC में यदि $\frac{\cos A}{a} = \frac{\cos B}{b} = \frac{\cos C}{c}$ व $a = 2$, हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल होगा -

- (A) $2\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{3}$
 (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

Ans. B

Sol. We know $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$

Given $\frac{\cos A}{a} = \frac{\cos B}{b} = \frac{\cos C}{c}$

Dividing (i) by (ii), we get

$$\tan A = \tan B = \tan C$$

$\Rightarrow \Delta ABC$ is equilateral triangle.

$$\therefore \text{Area} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} 2^2 = \sqrt{3}$$

15. $\int \frac{1+x^2}{(1-x^2)\sqrt{1+x^4}} dx$ equals -

$\int \frac{1+x^2}{(1-x^2)\sqrt{1+x^4}} dx$ बराबर है

(A) $\ln \left(\frac{(x^2+1)+\sqrt{x^4+1}}{x} \right) + C$

(B) $C - \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \left(\frac{\sqrt{x^4+1}-\sqrt{2}x}{(x^2-1)} \right)$

(C) $C - \tan^{-1} \left(\sqrt{\sqrt{1+\frac{1}{x^4}}-1} \right)$

(D) $\frac{\sqrt{x^4+x^2+1}}{x} + C$

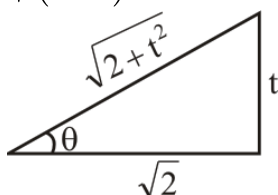
Ans. B

Sol.

$$I = - \int \frac{x^2 \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)}{x \left(x - \frac{1}{x}\right) \cdot x \sqrt{x^2 + \frac{1}{x^2}}} dx$$

$$= - \int \frac{\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)}{\left(x - \frac{1}{x}\right) \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2}} dx$$

put $x - \frac{1}{x} = t$



$$= - \int \frac{dt}{t\sqrt{t^2+2}} \text{ put } t = \sqrt{2} \tan \theta$$

$$= - \int \frac{\sqrt{2} \sec^2 \theta d\theta}{\sqrt{2} \tan \theta \cdot \sqrt{2} \sec \theta} = - \frac{1}{\sqrt{2}} \int \operatorname{cosec} \theta d\theta$$

$$= C - \frac{1}{\sqrt{2}} \ln (\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta)$$

$$= C - \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \left(\frac{\sqrt{2+t^2}}{t} - \frac{\sqrt{2}}{t} \right)$$

$$= C - \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \left(\frac{\sqrt{2+t^2}-\sqrt{2}}{t} \right)$$

$$= C - \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \left(\frac{\sqrt{x^4+1}-\sqrt{2}x}{(x^2-1)} \right)$$

16. $\int e^{\tan^{-1}x} (1 + x + x^2) d(\cot^{-1}x) =$

$\int e^{\tan^{-1}x} (1 + x + x^2) d(\cot^{-1}x) =$

(A) $e^{\tan^{-1}x} + c$

(B) $-e^{\tan^{-1}x} + c$

(C) $-xe^{\tan^{-1}x} + c$

(D) $xe^{\tan^{-1}x} + c$

Ans. C

Sol. $\int e^{\tan^{-1}x} (1 + x + x^2) \frac{x-1}{1+x^2} dx$

Put $\tan^{-1}x = t \Rightarrow x = \tan t$

$\frac{dx}{1+x^2} = dt$

$\int e^t (1 + \tan t + \tan^2 t)(-dt)$

$-\int e^t (\tan t + \sec^2 t) dt$

$-e^t \tan t + c$

17. If $f(x) = \int (x^2 + 2x^4 + 3x^6) (1 + x^2 + x^4)^{\frac{1}{2}} dx$ and $f(0) = 0$, then value of $(f(1))^2$ is

यदि $f(x) = \int (x^2 + 2x^4 + 3x^6) (1 + x^2 + x^4)^{\frac{1}{2}} dx$ तथा $f(0) = 0$, हो तो $(f(1))^2$ का मान होगा

(A) 2

(B) 0

(C) 1

(D) 3

Ans. D

Sol. $f(x) = \int (x^2 + 2x^4 + 3x^6) (1 + x^2 + x^4)^{\frac{1}{2}} dx$

$f(x) = \int (x + 2x^3 + 3x^5) (x^2 + x^4 + x^6)^{\frac{1}{2}} dx$

$x^2 + x^4 + x^6 = t^2$

$(x + 2x^3 + 3x^5) dx = t dt$

$f(x) = \int t^2 \cdot dt = \frac{t^3}{3} + C$

$f(x) = \frac{(x^2 + x^4 + x^6)^{\frac{3}{2}}}{3} + C$

$x = 0 \quad C = f(0) = 0$

$f(1) = \frac{3^{\frac{3}{2}}}{3} = \sqrt{3}$

$f^2(1) = 3$

18. $\int \frac{1}{\sqrt{\sin^3 x \sin(x + \alpha)}} dx$, $\alpha \neq n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$ is equal to

$\int \frac{1}{\sqrt{\sin^3 x \sin(x + \alpha)}} dx$, $\alpha \neq n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$ बराबर है

(A) $-2 \operatorname{cosec} \alpha (\cos \alpha - \tan x \sin \alpha)^{1/2} + C$

(B) $-2(\cos \alpha + \cot x \sin \alpha)^{1/2} + C$

(C) $-2 \operatorname{cosec} \alpha (\cos \alpha + \cot x \sin \alpha)^{1/2} + C$

(D) $-2 \operatorname{cosec} \alpha (\sin \alpha + \cot x \cos \alpha)^{1/2} + C$

Ans. C

Sol.

$$\sin^3 x \sin(x + \alpha) = \sin^3 x (\sin x \cos \alpha + \cos x \sin \alpha) = \sin^4 x (\cos \alpha + \cot x \sin \alpha)$$

$$\begin{aligned} I &= \int \frac{1}{\sqrt{\sin^3 x \sin(x + \alpha)}} dx \\ &= \int \frac{1}{\sin^2 x \sqrt{\cos \alpha + \cot x \sin \alpha}} dx \\ &= \int \frac{\operatorname{cosec}^2 x}{\sqrt{\cos \alpha + \cot x \sin \alpha}} dx \end{aligned}$$

Putting

$$\cos \alpha + \cot x \sin \alpha = t \text{ and } -\operatorname{cosec}^2 x \sin \alpha dx = dt, \text{ we have}$$

$$\begin{aligned} I &= \int -\frac{1}{\sin \alpha \sqrt{t}} dt = -\frac{1}{\sin \alpha} \int t^{-1/2} dt \\ &= -\frac{1}{\sin \alpha} \left(\frac{t^{1/2}}{1/2} \right) + C \end{aligned}$$

$$\Rightarrow I = -2 \operatorname{cosec} \alpha \sqrt{t} + C$$

$$= -2 \operatorname{cosec} \alpha (\cos \alpha + \cot x \sin \alpha)^{1/2} + C$$

19. $\int \frac{dx}{\sin^4 x + \cos^4 x}$ is equal to-

(A) $\frac{1}{\sqrt{2}} \tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \tan 2x \right) + C$

(B) $\sqrt{2} \tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \tan 2x \right) + C$

(C) $\frac{1}{\sqrt{2}} \tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cot 2x \right) + C$

(D) None of these

$\int \frac{dx}{\sin^4 x + \cos^4 x}$ बराबर है-

(A) $\frac{1}{\sqrt{2}} \tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \tan 2x \right) + C$

(B) $\sqrt{2} \tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \tan 2x \right) + C$

(C) $\frac{1}{\sqrt{2}} \tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cot 2x \right) + C$

(D) इनमें से कोई नहीं

Ans. A

Sol.

$$\begin{aligned} & \int \frac{dx}{\sin^4 x + \cos^4 x} \\ &= \int \frac{dx}{(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x} = \int \frac{2dx}{2 - \sin^2 2x} = \int \frac{2\sec^2 2x}{2\sec^2 2x - \tan^2 2x} dx \\ &= 2 \int \frac{\sec^2 2x}{2 + \tan^2 2x} dx = \int \frac{dt}{(\sqrt{2})^2 + t^2} \quad [\text{Putting } \tan 2x = t \Rightarrow 2\sec^2 2x dx = dt] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \tan^{-1} \left(\frac{t}{\sqrt{2}} \right) + C = \frac{1}{\sqrt{2}} \tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \tan 2x \right) + C \end{aligned}$$

20. If $\int f(x) dx = \Psi(x)$, then $\int x^5 f(x^3) dx$ is equal to

यदि $\int f(x) dx = \Psi(x)$, तो $\int x^5 f(x^3) dx$ बराबर है-

(A) $\frac{1}{3} [x^3 \Psi(x^3) - \int x^2 \Psi(x^3) dx] + C$

(B) $\frac{1}{3} x^3 \Psi(x^3) - 3 \int x^3 \Psi(x^3) dx + C$

(C) $\frac{1}{3} x^3 \Psi(x^3) - \int x^2 \Psi(x^3) dx + C$

(D) $\frac{1}{3} [x^3 \Psi(x^3) - \int x^3 \Psi(x^3) dx] + C$

Ans. C

Sol.

Given that $\int f(x) dx = \Psi(x)$.

Let $I = \int x^5 f(x^3) dx$

or $I = \int t f(t) \frac{dt}{3}$ (Put $x^3 = t$)

$= \frac{1}{3} \left[t \int f(t) dt - \int f(t) dt \right] + c$

$\therefore I = \frac{x^3}{3} \Psi(x^3) - \frac{1}{3} \int 3x^2 \Psi(x^3) dx + c$

$= \frac{x^3}{3} \Psi(x^3) - \int x^2 \Psi(x^3) dx + c$

SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 10 questions Candidates have to attempt any 5 questions out of 10. If more than 5 questions are attempted, then only first 5 attempted questions will be evaluated.

The answer to each question is a Numerical Value.

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : -1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खंड में 10 प्रश्न हैं। उम्मीदवारों को 10 में से किसी भी 5 प्रश्न का प्रयास करना है। यदि 5 से अधिक प्रश्नों का प्रयास किया जाता है, तो केवल पहले 5 प्रश्नों का मूल्यांकन किया जाएगा।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान (Numerical Value) है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में, उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।)

प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

1. Let α and β be two real roots of the equation

$$(k + 1)\tan^2 x - \sqrt{2} \cdot \lambda \tan x = (1 - k),$$

where $k(\neq -1)$ and λ are real numbers.

If $\tan^2(\alpha + \beta) = 50$, then a value of $|\lambda|$ is :-

माना समीकरण

$$(k + 1)\tan^2 x - \sqrt{2} \cdot \lambda \tan x = (1 - k), k(\neq -1)$$

$(\lambda \in \mathbb{R})$ के α तथा β दो वास्तविक मूल हैं।

यदि $\tan^2(\alpha + \beta) = 50$ है, तो $|\lambda|$ का मान है :-

Ans. 10

Sol.

$$\tan \alpha + \tan \beta = \frac{\lambda \sqrt{2}}{k + 1}$$

$$\tan \alpha \cdot \tan \beta = \frac{k - 1}{k + 1}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\frac{\lambda \sqrt{2}}{k + 1}}{1 - \frac{k - 1}{k + 1}} = \frac{\lambda \sqrt{2}}{2} = \frac{\lambda}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda^2}{2} = 50 \Rightarrow \lambda = 10 \& -10$$

2. If $2 \tan^2 x - 5 \sec x$ is equal to 1 for exactly 7 distinct values of $x \in \left[0, \frac{n\pi}{2}\right]$, $n \in \mathbb{N}$, then the greatest value of n is :-

यदि $2 \tan^2 x - 5 \sec x$, $x \in \left[0, \frac{n\pi}{2}\right]$, $n \in \mathbb{N}$, के 7 विभिन्न मानों के लिए 1 के बराबर हो, तब n का महत्तम मान है।

Ans. 15

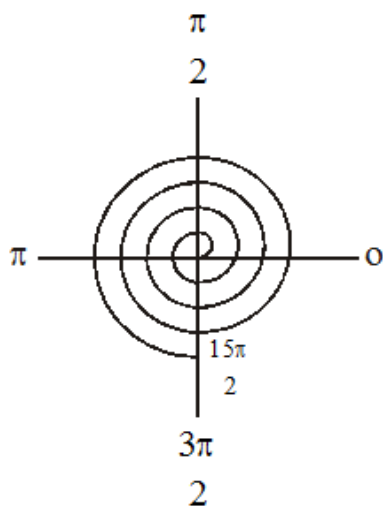
Sol.

$$2 \tan^2 x - 5 \sec x = 1$$

$$2 (\sec^2 x - 1) - 5 \sec x = 1$$

$$2 \sec^2 x - 5 \sec x - 3 = 1$$

$$\therefore \cos x = \frac{1}{3}$$



3. If solution of equation

$$3 \cos^2 \theta - 2\sqrt{3} \sin \theta \cos \theta - 3 \sin^2 \theta = 0$$

are $n\pi + \frac{\pi}{r}$ and $n\pi + \frac{\pi}{s}$ then $|r - s|$ is equal to :-

यदि समीकरण $3 \cos^2 \theta - 2\sqrt{3} \sin \theta \cos \theta - 3 \sin^2 \theta = 0$ के हल $n\pi + \frac{\pi}{r}$ तथा $n\pi + \frac{\pi}{s}$ हो, तब $|r - s|$ बराबर है:-

Ans. 9

Sol.

Equation can be written as

$$3 \tan^2 \theta + 2\sqrt{3} \tan \theta - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ and } \tan \theta = -\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \theta = n\pi + \frac{\pi}{6} \text{ or } \theta = n\pi - \frac{\pi}{3}$$

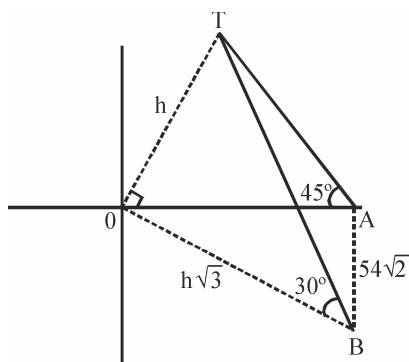
$$\Rightarrow |r - s| = |6 + 3| = 9$$

4. The angle of elevation of the top of a vertical tower from a point A, due east of it is 45° . The angle of elevation of the top of the same tower from a point B, due south of A is 30° . If the distance between A and B is $54\sqrt{2}$ m, then the height of the tower (in metres), is :-

बिन्दु A, जो एक ऊर्ध्वाधर मीनार के पूर्व की ओर है, से मीनार की शीर्ष का उन्नयन कोण 45° है। बिन्दु B, जो बिन्दु A के दक्षिण में है, से उसी मीनार के शीर्ष का उन्नयन कोण 30° है। यदि A तथा B के बीच की दूरी $54\sqrt{2}$ m, है, तो मीनार की ऊँचाई (मी.में) है :-

Ans. 54

Sol.



$$\text{in } \triangle OAT \quad OA = OT = h$$

$$\text{in } \triangle OBT \quad OB = h\sqrt{3} \quad OT = h$$

$$\text{in } \triangle OAB \quad h^2 + (54\sqrt{2})^2 = 3h^2$$

$$2h^2 = (54)^2 \cdot 2$$

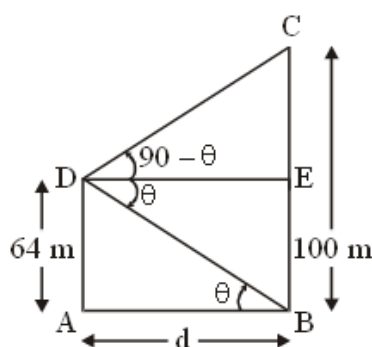
$$h = 54$$

5. A house of height 100 m subtends a right angle at the window of an opposite house. If the height of the window be 64 m, then the distance between the two houses is

एक मकान जिसकी ऊँचाई 100 m हैं। उसके सामने स्थित मकान की खिड़की पर समकोण बनता हैं। यदि खिड़की की ऊँचाई 64 m हैं, तब दोनों मकानों के बीच की दूरी ज्ञात करें।

Ans. 48

Sol.



$$\tan \theta = \frac{64}{x} \dots (1)$$

$$\tan (90 - \theta) = \frac{36}{x}$$

$$\cot \theta = \frac{36}{x} \dots (2)$$

$$(1) \times (2)$$

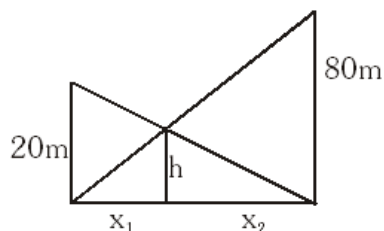
$$x = 48 \text{ m.}$$

6. Two vertical poles of heights, 20m and 80m stand a part on a horizontal plane. The height (in meters) of the point of intersection of the lines joining the top of each pole to the foot of the other, from this horizontal plane is :-

20 मी. तथा 80 मी. ऊँचाई वाले दो खंभे, एक क्षैतिज समतल पर सीधे खड़े हैं। प्रत्येक खंभे के शिखर को दूसरे खंभे के पाद से मिलाने वाली रेखाओं के प्रतिच्छेदन बिंदु की इस समतल से ऊँचाई (मीटरों में) है :-

Ans. 16

Sol.



by similar triangle

$$\frac{h}{x_1} = \frac{80}{x_1 + x_2} \quad \dots(1)$$

$$\text{by } \frac{h}{x_2} = \frac{20}{x_1 + x_2} \quad \dots(2)$$

by (1) and (2)

$$\frac{x_2}{x_1} = 4 \text{ or } x_2 = 4x_1$$

$$\Rightarrow \frac{h}{x_1} = \frac{80}{5x_1}$$

$$\text{or } h = 16\text{m}$$

7. If two adjacent sides of a cyclic quadrilateral are 2 and 5 and the angle between them is 60° . If the third side is 3, then the remaining fourth side is :-

यदि किसी चक्रिय चतुर्भुज की दो क्रमागत भुजाएं 2 व 5 है व उनके मध्य का कोण 60° है। यदि तीसरी भुजा का मान 3 हो तो चौथी भुजा का मान होगा-

Ans. 2

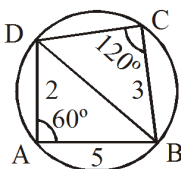
Sol. In $\triangle ABD$,

$$\cos 60^\circ = \frac{2^2 + 5^2 - BD^2}{2(3)(5)}$$

$$\Rightarrow BD^2 = 19$$

Now, in $\triangle BCD$

$$\cos 120^\circ = \frac{CD^2 + 9 - 19}{2(3)(CD)}$$



$$\Rightarrow CD^2 + 3CD - 10 = 0$$

$$\Rightarrow CD = -5, 2$$

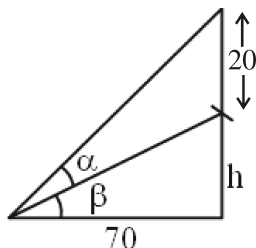
$$\Rightarrow CD = 2 \quad (\because CD \neq -5)$$

8. A chimney of 20 m height standing on the top of a building subtends an angle whose tangent is $\frac{1}{6}$ at a distance of 70 m from the foot of the building, then the height of building is

एक इमारत के शीर्ष पर खड़ी 20 मीटर ऊँचाई की एक चिमकी एक कोण अन्तरित करती है जिसकी इमारत है पाद से 70 m की दूरी पर स्पर्शज्या $\frac{1}{6}$ है, तो इमारत की ऊँचाई है :

Ans. 50

Sol.



$$\text{Given, } \tan a = \frac{1}{6}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\frac{h + 20}{70} = \frac{\frac{1}{6} + \frac{h}{70}}{1 - \frac{1}{6} \cdot \frac{h}{70}}$$

$$\frac{h + 20}{70} = \frac{70 + 6h}{420 - h}$$

$$\Rightarrow h = 50$$

Hence, 50 m

9. If the integral $\int \frac{5 \tan x}{\tan x - 2} dx = x + a \ln |\sin x - 2 \cos x| + k$, then a is equal to :

यदि समाकलन $\int \frac{5 \tan x}{\tan x - 2} dx = x + a \ln |\sin x - 2 \cos x| + k$, है, तो a बराबर है -

Ans. 2

$$\begin{aligned} \text{Sol. } & \int \frac{5 \tan x}{\tan x - 2} \\ &= \int \frac{5 \sin x}{\sin x - 2 \cos x} dx \\ &= \int \frac{(\sin x - 2 \cos x) + 2(\cos x + 2 \sin x)}{(\sin x - 2 \cos x)} dx \\ &= \int dx + 2 \int \frac{\cos x + 2 \sin x}{\sin x - 2 \cos x} dx \\ &= x + 2 \ln |(\sin x - 2 \cos x)| + k \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a = 2$$

10. If, $\int \frac{x + \cos 2x + 1}{x \cos^2 x} dx = f(x) + K \cdot \ln|x| + C$

where $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$, then $f(0) + 10K$ is equal to

यदि $\int \frac{x + \cos 2x + 1}{x \cos^2 x} dx = f(x) + K \cdot \ln|x| + C$

जहाँ $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$, हो, तो $f(0) + 10K$ का मान होगा

Ans. 20

Sol. $\int \frac{x + \cos 2x + 1}{x \cos^2 x} dx = f(x) + K \log|x| + C,$

and $f(\pi/4) = 1$

$$\int \frac{x + 2\cos^2 x}{x \cos^2 x} dx = \int \frac{x}{x \cos^2 x} dx + \int \frac{2}{x} dx$$

$$= \tan x + 2 \log |x| + C$$

$f(x) = \tan x, K = 2$ (by comparing)

Now, $f(0) + 10K = \tan 0 + 10 \times 2 = 0 + 20 = 20$

