



DISTANCE LEARNING PROGRAMME
(Academic Session : 2023 - 2024)

JEE(Main)

TEST # 06

17-09-2023

JEE(MAIN) : LEADER TEST SERIES / JOINT PACKAGE COURSE

Time : 3 Hours

12th Undergoing/Pass Students

Maximum Marks : 300

Test Type : Unit Test # 05

READ THE INSTRUCTIONS CAREFULLY/ कृपया इन निर्देशों को ध्यान से पढ़ें

Important Instructions :

- Immediately fill in the form number on this page of the Test Booklet with Blue/Black Ball Point Pen. Use of pencil is strictly prohibited.
- The candidates should not write their Form Number anywhere else (except in the specified space) on the Test Booklet/Answer Sheet.
- The Test Booklet consists of 90 questions.
- There are **three** parts in the question paper 1,2,3 consisting of **Physics, Chemistry and Mathematics** having **30 questions** in each subject and each subject having **Two sections**.
(i) Section-I contains 20 **multiple choice** questions with **only one correct** option.
Marking scheme : +4 for correct answer, 0 if not attempted and -1 in all other cases.
(ii) Section-II contains 10 **Numerical Value Type** questions. Attempt any 5 questions. First 5 attempted questions will be considered for marking.
Marking scheme : +4 for correct answer, 0 if not attempted and -1 in all other cases.
- Use **Blue/Black Ball Point Pen only** for writing particulars/markings responses on **Side-1 and Side-2** of the Answer Sheet. **Use of pencil is strictly prohibited**.
- No candidate is allowed to carry any textual material, printed or written, bits of papers, mobile phone any electronic device etc, except the Identity Card inside the examination hall/room.
- Rough work is to be done on the space provided for this purpose in the Test Booklet only.
- On completion of the test, the candidate must hand over the Answer Sheet to the invigilator on duty in the Room/Hall. **However, the candidate are allowed to take away this Test Booklet with them.**
- Do not fold or make any stray marks on the Answer Sheet.**
- Take $g = 10 \text{ m/s}^2$ unless otherwise stated.**

महत्वपूर्ण निर्देश :

- परीक्षा पुस्तिका के इस पृष्ठ पर आवश्यक विवरण नीले/काले बॉल पाइंट पेन से तत्काल भरें। पेन्सिल का प्रयोग बिल्कुल वर्जित है।
- परीक्षार्थी अपना फार्म नं. (निर्धारित जगह के अतिरिक्त) परीक्षा पुस्तिका/उत्तर पत्र पर कहीं और न लिखें।
- इस परीक्षा पुस्तिका में 90 प्रश्न हैं।
- इस परीक्षा पुस्तिका में तीन भाग 1, 2, 3 हैं, जिसके प्रत्येक भाग में **भौतिक विज्ञान, रसायन विज्ञान एवं गणित** के 30 प्रश्न हैं और प्रत्येक विषय में 2 खण्ड है।
(i) खण्ड-I में 20 **बहुविकल्पीय** प्रश्न हैं। जिनके केवल एक विकल्प सही है।
अंक योजना : +4 सही उत्तर के लिए, 0 प्रयास नहीं करने पर तथा -1 अन्य सभी अवस्थाओं में।
(ii) खण्ड-II में 10 **संख्यात्मक मान प्रकार के प्रश्न** हैं। किन्हीं 5 प्रश्नों का उत्तर दीजिए। किये गये प्रश्नों में से केवल प्रथम पाँच प्रश्नों को ही अंक दिये जायेंगे।
अंक योजना : +4 सही उत्तर के लिए, 0 प्रयास नहीं करने पर तथा -1 अन्य सभी अवस्थाओं में।
- उत्तर पत्र के पृष्ठ-1 एवं पृष्ठ-2 पर वांछित विवरण एवं उत्तर अंकित करने हेतु केवल नीले/काले बॉल पाइंट पेन का ही प्रयोग करें। पेन्सिल का प्रयोग सर्वथा वर्जित है।
- परीक्षार्थी द्वारा परीक्षा कक्ष/हॉल में परिचय पत्र के अलावा किसी भी प्रकार की पाठ्य सामग्री मुद्रित या हस्तलिखित कागज की पर्चियों, मोबाइल फोन या किसी भी प्रकार के इलेक्ट्रॉनिक उपकरणों या किसी अन्य प्रकार की सामग्री को ले जाने या उपयोग करने की अनुमति नहीं है।
- रफ कार्य परीक्षा पुस्तिका में केवल निर्धारित जगह पर ही कीजिये।
- परीक्षा समाप्त होने पर, परीक्षार्थी कक्ष/हॉल छोड़ने से पूर्व उत्तर पत्र कक्ष निरीक्षक को अवश्य सौंप दें। परीक्षार्थी अपने साथ इस परीक्षा पुस्तिका को ले जा सकते हैं।
- उत्तर पत्र को न मोड़ें एवं न ही उस पर अन्य निशान लगाएँ।
- $g = 10 \text{ m/s}^2$ प्रयुक्त करें, जब तक कि अन्य कोई मान नहीं दिया गया हो।

Name of the Candidate (in Capitals) _____

परीक्षार्थी का नाम (बड़े अक्षरों में) :

Form Number : in figures _____

फॉर्म नम्बर : अंकों में

: in words _____

: शब्दों में

Centre of Examination (in Capitals) : _____

परीक्षा केन्द्र (बड़े अक्षरों में) :

Candidate's Signature : _____ Invigilator's Signature : _____

परीक्षार्थी के हस्ताक्षर :

निरीक्षक के हस्ताक्षर :

Your Target is to secure Good Rank in JEE(Main) 2024

ALLEN CAREER INSTITUTE Pvt. Ltd.

Registered & Corporate Office : 'SANKALP', CP-6, Indra Vihar, Kota (Rajasthan) INDIA-324005

Ph. : +91-744-3556677, +91-744-2757575 | E-mail : dlp@allen.in | Website : www.dlp.allen.ac.in, dsat.allen.ac.in

DO NOT BREAK THE SEALS WITHOUT BEING INSTRUCTED TO DO SO BY THE INVIGILATOR/NIRIKSHAK KE ANUDESHO KE BINI MUHURE N TOIDE.

PART-1 : PHYSICS

भाग-1 : भौतिक विज्ञान

SECTION-I : (Maximum Marks: 80)

This section contains **20 questions**. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) **Only one option is correct**. For each question, marks will be awarded as follows:

Full Marks : +4 If correct answer is selected.

Zero Marks : 0 If none of the option is selected.

Negative Marks : -1 If wrong option is selected.

खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

इस खंड में **20 प्रश्न** हैं। प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) **केवल एक विकल्प सही** है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएंगे:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।

1. Two identical parallel plate air filled capacitors are placed in series and connected to a constant voltage source of V_0 volt. If one of the capacitors is completely immersed in a liquid with dielectric constant K , the potential difference between the plates of the other capacitor will change to :-

दो समान धारिता के वायु युक्त समान्तर प्लेट संधारित्र को श्रेणीक्रम में नियत वोल्टेज V_0 के स्रोत से जोड़ा जाता है। यदि एक संधारित्र को पूर्ण रूप से K परावैद्युतांक के द्रव में डुबोया जाता है तब दूसरे संधारित्र पर विभवान्तर बदल कर हो जायेगा :-

(A) $\left(\frac{K+1}{K}\right)V_0$ (B) $\left(\frac{K}{K+1}\right)V_0$ (C) $\left(\frac{K+1}{2K}\right)V_0$ (D) $\left(\frac{2K}{K+1}\right)V_0$

Ans. B

Sol. $V_1 = V_0 \times \frac{C_2}{C_1 + C_2}$
 $= V_0 \times \frac{KC}{C + KC} = V_0 \left(\frac{K}{K+1}\right)$

2. A parallel plate capacitor has plate area A and separation d . It is charged to a potential difference V_0 . The charging battery is disconnected and the plates are pulled apart to three times the initial separation. The work required to separated the plates is :-

एक समान्तर प्लेट संधारित्र का प्लेट क्षेत्रफल A और उनके बीच की दूरी d है। यह V_0 विभवान्तर तक आवेशित किया जाता है। आवेशन बैटरी हटा देते है और प्लेटों को खींचकर प्रारम्भिक दूरी का तीन गुना कर देते है। प्लेटों के बीच दूरी बढ़ाने में कार्य होगा :-

(A) $\frac{3\epsilon_0AV_0^2}{d}$ (B) $\frac{\epsilon_0AV_0^2}{2d}$ (C) $\frac{\epsilon_0AV_0^2}{3d}$ (D) $\frac{\epsilon_0AV_0^2}{d}$

Ans. D

Sol. $W = U_f - U_i = \frac{(CV_0)^2}{2\left(\frac{C}{3}\right)} - \frac{(CV_0)^2}{2C} = CV_0^2$
 $= \frac{\epsilon_0AV_0^2}{d}$

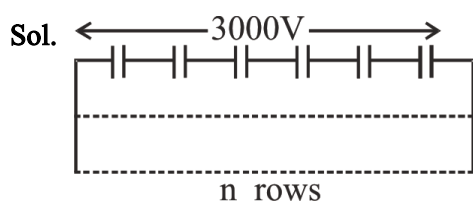
3. A number of capacitors each of capacitance $1\mu\text{F}$ and each one of which get punctured if a potential difference just exceeding 500 volt is applied, are provided. Then an arrangement suitable for giving a capacitor of $2\mu\text{F}$ across which 3000 volt may be applied requires at least :-

- (A) 18 component capacitors (B) 36 component capacitors
(C) 72 component capacitors (D) 144 component capacitors

एक निश्चित संख्या में $1\mu\text{F}$ धारिता वाले संधारित्र है यदि इनमें से किसी एक को 500 V से अधिक विभवान्तर दिया जाए तो यह पंचर (निरावेशित) हो जाता है तो एक अनुकूल व्यवस्था जो $2\mu\text{F}$ धारिता दे सके और 3000 V विभवान्तर आरोपित किया जा सके, इसके लिए न्यूनतम आवश्यक होगा:-

- (A) 18 घटक संधारित्र (B) 36 घटक संधारित्र
(C) 72 घटक संधारित्र (D) 144 घटक संधारित्र

Ans. C



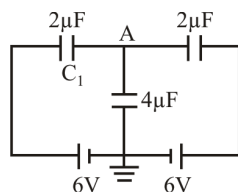
$$\frac{1}{6}\mu\text{F} \times n = 2$$

$$n = 12$$

$$\text{Total} = 12 \times 6 = 72$$

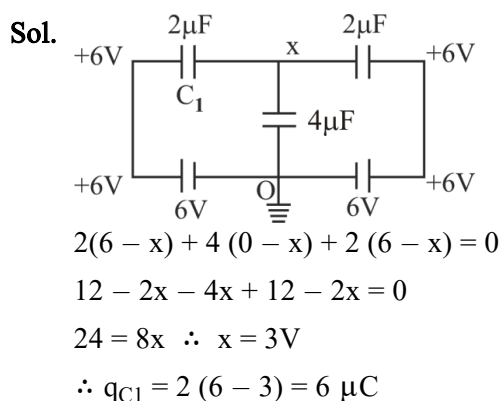
4. Three capacitors are connected as shown in fig. Then the charge on capacitor C_1 is :-

तीन संधारित्र चित्रानुसार जुड़े हुए हैं, तो संधारित्र C_1 पर आवेश होगा :-



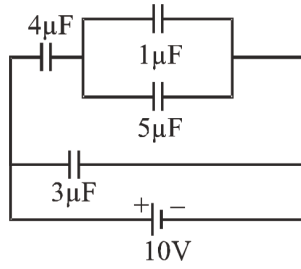
- (A) $6\mu\text{C}$ (B) $12\mu\text{C}$
(C) $18\mu\text{C}$ (D) $24\mu\text{C}$

Ans. A



5. For the circuit shown in the figure, the charge on $4\mu\text{F}$ capacitor is :-

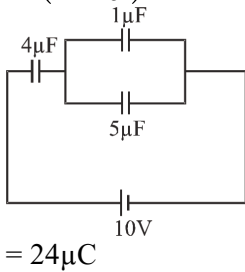
चित्र में दिये गये परिपथ के लिए, संधारित्र $4\mu\text{F}$ पर आवेश होगा :-



- (A) $30\mu\text{C}$ (B) $40\mu\text{C}$ (C) $24\mu\text{C}$ (D) $54\mu\text{C}$

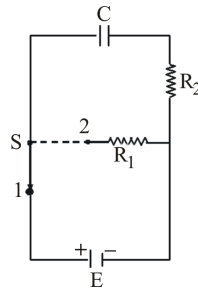
Ans. C

Sol. $q = C_{eq} V$
 $= \left(\frac{4 \times 6}{4 + 6} \right) \times 10\mu\text{C}$



6. Switch S of circuit shown in figure is in position 1 for a long time. At instant $t = 0$, it is thrown from position 1 to 2. The thermal power $P_1(t)$ generated in resistance R_1 .

चित्र में दर्शाये अनुसार एक स्विच S दीर्घ काल के लिये स्थिति 1 में है। $t = 0$, क्षण पर यह स्थिति 1 से 2 तक छोड़ा जाता है। प्रतिरोध R_1 में उत्पादित ऊष्मीय शक्ति $P_1(t)$ है।



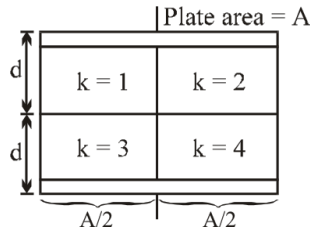
- (A) $\frac{E^2 R_1}{(R_1 + R_2)^2} \cdot e^{-2t/(R_1 + R_2)C}$ (B) $\frac{E^2 R_1}{(R_1 + R_2)^2} \cdot e^{-t/(R_1 + R_2)C}$
 (C) $\frac{E^2 R_1}{(R_1 + R_2)^2} \cdot e^{-t/2(R_1 + R_2)C}$ (D) $\frac{E^2 R_1}{2(R_1 + R_2)^2} \cdot e^{-t/(R_1 + R_2)C}$

Ans. A

Sol.
 $i = \frac{E}{(R_1 + R_2)} \cdot e^{-\frac{t}{(R_1 + R_2)C}}$
 $P_1 = i^2 R_1 = \frac{E^2 R_1}{(R_1 + R_2)^2} \cdot e^{-\frac{2t}{(R_1 + R_2)C}}$

7. Find the capacitance of the system shown in figure.

चित्र में प्रदर्शित निकाय की धारिता ज्ञात कीजिये।



(A) $\frac{4\epsilon_0 A}{7d}$

(B) $\frac{25}{24} \frac{\epsilon_0 A}{d}$

(C) $\frac{24}{25} \frac{\epsilon_0 A}{d}$

(D) $\frac{25}{12} \frac{\epsilon_0 A}{d}$

Ans. D

Sol.

$K_1 = 1$	$K_2 = 2$
$K_3 = 3$	$K_4 = 4$

$$C_1 = \frac{K_1 \epsilon_0 A}{2 \times \frac{d}{2}} = 1 \times C_0$$

$$C_2 = 2C_0$$

$$K_3 = 3C_0$$

$$K_4 = 4C_0$$

$$C_{eq.} = \frac{C_0 \times 3C_0}{4C_0} + \frac{2C_0 \times 4C_0}{6C_0}$$

$$= \frac{25C_0}{12}$$

8. Five identical metal plates 1, 2, 3, 4 and 5 each of area A on one side are fixed parallel and equidistant (d) to each other. The plates 1 and 4 are joined by a conductor, and plates 3 and 5 are also joined by a conductor as shown in figure. Then, the capacitance of this system between A and B is-

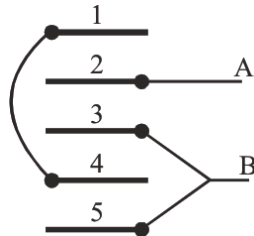
(A) $\frac{5\epsilon_0 A}{d}$

(B) $\frac{4\epsilon_0 A}{d}$

(C) $\frac{5\epsilon_0 A}{3d}$

(D) None of the above

पांच समरूप धात्विक प्लेटें 1, 2, 3, 4 तथा 5 प्रत्येक का क्षेत्रफल A है, को एक दूसरे के समानान्तर तथा d दूरी पर रखा जाता है। प्लेट 1 तथा 4 को व प्लेट 3 तथा 5 को एक चालक तार द्वारा जोड़ा जाता है, तो A तथा B के मध्य इसे निकाय की धारिता होगी-



(A) $\frac{5\epsilon_0 A}{d}$

(B) $\frac{4\epsilon_0 A}{d}$

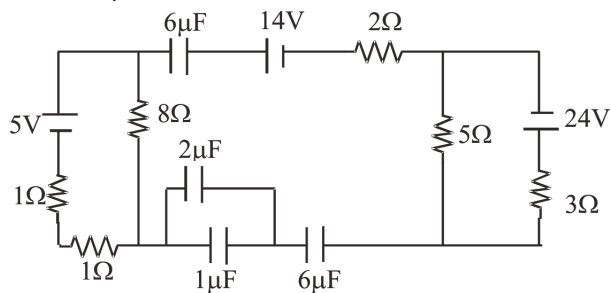
(C) $\frac{5\epsilon_0 A}{3d}$

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

Ans. C

9. Find the charge on the capacitors of value $2\mu\text{F}$ in the shown figure at steady state

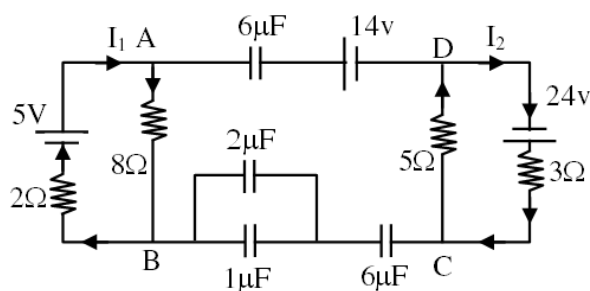
चित्र में दिखाये संयोजन में स्थायी अवस्था पर $2\mu\text{F}$ के संधारित्र पर आवेश ज्ञात करो -



- (A) $3\mu\text{C}$
- (B) $5\mu\text{C}$
- (C) $1.5\mu\text{C}$
- (D) $2.5\mu\text{C}$

Ans. B

Sol.

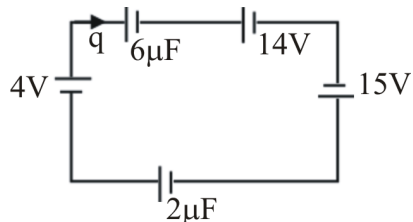


During steady state

$$I_1 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \text{ A}, I_2 = \frac{24}{8} = 3 \text{ A}$$

$$V_A - V_B = \frac{1}{2} \times 8 = 4 \text{ v}$$

$$V_C - V_D = 3 \times 5 = 15 \text{ V}$$



$$q = C_{\text{eq}} V_{\text{eq}}$$

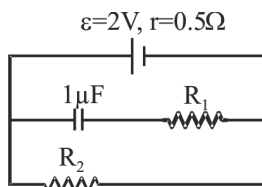
$$= 7.5 \mu\text{C}$$

$$\therefore q_{2\mu\text{F}} = \frac{7.5 \times 2}{2+1} = 5 \mu\text{C}$$

10. A $1 \mu\text{F}$ capacitor is connected in the circuit shown below. The e.m.f of the cell is 2 volts and internal resistance is 0.5 ohm. The resistors R_1 and R_2 have values 4 ohm and 1 ohm respectively. The charge on the capacitor must be :-

- (A) $2 \mu\text{C}$ (B) $1 \mu\text{C}$
(C) $1.33 \mu\text{C}$ (D) Zero

निम्न चित्र में एक $1 \mu\text{F}$ का संधारित्र जुड़ा हुआ है तथा सेल का वि.वा.बल 2 वोल्ट और आन्तरिक प्रतिरोध 0.5 ओम है। चित्र में प्रदर्शित दोनों प्रतिरोधो R_1 व R_2 के मान क्रमशः 4 ओम तथा 1 ओम है तो संधारित्र पर आवेश का मान होगा :-



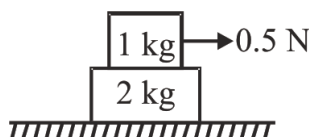
- (A) $2 \mu\text{C}$ (B) $1 \mu\text{C}$
(C) $1.33 \mu\text{C}$ (D) शून्य

Ans. C

Sol. $V_C = V_{R_2} = iR_2 = \left(\frac{\varepsilon}{r + R_2} \right) R_2$
 $q = CV_C$

11. A force of 0.5 N is applied on the upper block as shown in figure. The coefficient of static friction between the two blocks is 0.1 and that between the lower block and the surface is zero. The work done by the lower block on the upper block for a displacement of 3 m of the upper block is :-

जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है, ऊपरी गुटके के ऊपर एक 0.5 न्यूटन का बल लगाया जाता है। दोनों गुटकों के बीच स्थैतिक घर्षण गुणांक 0.1 है तथा निचले गुटके तथा सतह के बीच स्थैतिक घर्षण गुणांक शून्य है। निचले गुटके द्वारा ऊपरी गुटके पर किया गया कार्य जबकि ऊपरी गुटका 3 मीटर तक विस्थापित होता है :-



- (A) 1 J (B) -1 J
(C) 2 J (D) -2 J

Ans. B

Sol.

$0.5 = 3a \Rightarrow a = 5/30$
 $f = 2a = 2(5/30) = 1/3\text{N}$
 $f_{\text{max}} = 0.1 \times 10 = 10\text{N}$
 $\therefore f = 1/3 \text{ N will act}$
work done by lower block
 $= -f(s)$
 $= -1/3(3) = -1 \text{ Joule}$

12. Which one of the following statement does not hold good when two balls of masses m_1 and m_2 undergo elastic collision?

- (A) If $m_1 = m_2$ and collision is oblique then after collision they move perpendicular to each other
 (B) When $m_1 \gg m_2$ and m_2 at rest, after collision the ball of mass m_2 moves with double the velocity of m_1 .
 (C) When $m_1 = m_2$ and m_2 at rest, there will be maximum transfer of kinetic energy.
 (D) When collision is oblique and m_2 at rest with $m_1 = m_2$, after collision the balls move in opposite directions.

जब दो द्रव्यमानों m_1 व m_2 के बीच प्रत्यास्थ टक्कर होती है तब निम्न में से कौन सा कथन लागू नहीं होता है?

- (A) यदि $m_1 = m_2$ तथा टक्कर तिर्यक है, तो टक्कर के बाद दोनों एक दूसरे के लम्बवत् गति करते हैं।
 (B) जब $m_1 \gg m_2$ तथा m_2 स्थिर हो तब संघट्ट के पश्चात् m_2 द्रव्यमान की चाल m_1 द्रव्यमान से दो गुनी हो जाती है।
 (C) जब $m_1 = m_2$ हो तथा m_2 स्थिर हो, तब अधिकतम गतिज ऊर्जा का स्थानांतरण होता है।
 (D) जब टक्कर तिरछी हो तथा m_2 स्थिर हो तथा $m_1 = m_2$, तब टक्कर के पश्चात् दोनों द्रव्यमान एक-दूसरे की विपरीत दिशा में गति करते हैं।

Ans. D

13. A block of mass m is at rest with respect to a lift when placed on inclined plane of inclination θ inside the lift. If lift move upward at constant velocity v then work done by friction force on block in t time is :-

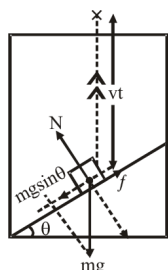
- (A) Zero (B) $mgt^2 v \cos^2 \theta$
 (C) $mgtv \sin^2 \theta$ (D) $\frac{1}{2} mgtv \sin 2\theta$

m द्रव्यमान का गड्ढा किसी लिफ्ट में रखे θ कोण पर झुके नत तल पर लिफ्ट के सापेक्ष स्थिर है। लिफ्ट एकसमान वेग v से ऊपर उठती है तो t समय में घर्षण बल द्वारा गड्ढे पर किया गया कार्य है :-

- (A) शून्य (B) $mgt^2 v \cos^2 \theta$
 (C) $mgtv \sin^2 \theta$ (D) $\frac{1}{2} mgtv \sin 2\theta$

Ans. C

Sol.



$$W_f = f \cdot vt \cdot \cos(90 - \theta)$$

$$= mgsin\theta \cdot vt \cos(90 - \theta)$$

$$W_f = mgsin^2 \theta vt$$

14. $F = 2x^2 - 3x - 2$. Choose correct option :-

- (A) $x = -1/2$ is position of stable equilibrium
 (B) $x = 2$ is position of stable equilibrium
 (C) $x = -1/2$ is position of unstable equilibrium
 (D) $x = 2$ is position of neutral equilibrium

$F = 2x^2 - 3x - 2$ सही विकल्प चुनिये :-

- (A) $x = -1/2$ स्थायी संतुलन की स्थिति है
 (B) $x = 2$ स्थायी संतुलन की स्थिति है
 (C) $x = -1/2$ अस्थायी संतुलन की स्थिति है
 (D) $x = 2$ उदासीन संतुलन की स्थिति है

Ans. A

Sol. $F = 2x^2 - 3x - 2 = -\frac{dU}{dx}$

$$\frac{dU}{dx} = -(2x^2 - 3x - 2)$$

$$\frac{dU}{dx} = 0 \Rightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$2x^2 - 4x + x - 2 = 0$$

$$2x(x - 2) + 1(x - 2) = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ or } x = 2$$

$$\frac{d^2U}{dx^2} = -4x + 3$$

$$\text{At } x = -\frac{1}{2}, \frac{d^2U}{dx^2} = -4\left(-\frac{1}{2}\right) + 3 = 5 = +ve$$

∴ stable equilibrium

$$\text{At } x = 2, \frac{d^2U}{dx^2} = -4(2) + 3 = -5 = -ve$$

∴ unstable equilibrium

15. An elastic string of unstretched length l and force constant k is stretched by a small length x . It is further stretched by another small length y . The work done in the second stretching is :-

एक प्रत्यास्थ स्प्रिंग, जिसकी सामान्य तनावहीन लम्बाई l तथा बल नियतांक k है, को x लम्बाई तक खींचा जाता है। इसे और आगे पुनः y लम्बाई तक खींचा जाता है। द्वितीय खिंचाव में किया गया कार्य है :-

- (A) $\frac{1}{2}kx^2$ (B) $\frac{1}{2}k(x^2 + y^2)$
 (C) $\frac{1}{2}ky(2x + y)$ (D) $\frac{1}{2}kx(x + 2y)$

Ans. C

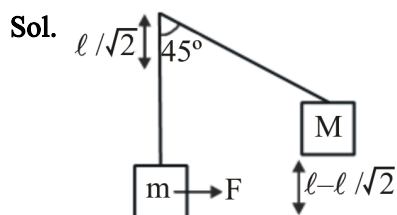
Sol. $\frac{w}{D} = \frac{1}{2}k(x_i^2 - x_f^2)$
 $= \frac{1}{2}k(x^2 - (x + y)^2)$
 $= \frac{1}{2}k(x^2 - (x^2 + y^2 - 2xy))$
 $= -\frac{1}{2}k(y^2 + 2xy) - \frac{1}{2}ky(2x + y)$
 $\frac{w}{D}$ on spring $= \frac{1}{2}ky(2x + y)$

16. A mass M kg is suspended by a weightless string. The horizontal force required to displace it until the string makes an angle of 45° with the initial vertical direction is :-

M किग्रा द्रव्यमान एक भारहीन डोरी से लटका हुआ है। इस पर लगाया गया वह क्षैतिज बल जो डोरी को उसी प्रारम्भिक ऊर्ध्वाधर दिशा से 45° कोण पर विस्थापित कर दे, होगा-

- (A) $Mg(\sqrt{2} - 1)$ (B) $Mg(\sqrt{2} + 1)$
 (C) $Mg\sqrt{2}$ (D) $Mg/\sqrt{2}$

Ans. A



$$w_{All} = \Delta KE$$

$$w_g + w_F = 0$$

$$-Mg \left(\frac{l - l}{\sqrt{2}} \right) + w_F = 0$$

$$F = Mg(\sqrt{2} - 1)$$

17. The potential energy of a body is given by :

$$U = 40 + 6x^2 - 7xy + 8y^2 + 32z$$

where U is in joule and x, y, z in metre. Deduce the x, y and z components of the force (in newton) on the body when it is in position (-2, 0, +5)

किसी पिण्ड की स्थितिज ऊर्जा

$$U = 40 + 6x^2 - 7xy + 8y^2 + 32z$$

जहाँ U जूल में तथा x, y, z मीटर में हैं। बल के x, y तथा z घटक न्यूटन में ज्ञात कीजिये जब पिण्ड (-2, 0, +5) स्थिति पर है

(A) $F_x = -32; F_y = -14; F_z = 24$

(B) $F_x = -14; F_y = -32; F_z = 24$

(C) $F_x = 24; F_y = -32; F_z = -14$

(D) $F_x = 24; F_y = -14; F_z = -32$

Ans. D

Sol. $F_x = -\frac{du}{dx} = -12x + 7y = -12x(-2) + 7 \times 0$

$$F_x = 24\text{N}$$

$$F_y = -\frac{du}{dy} = +7x - 16y = 7(-2) - 16 \times 0$$

$$F_y = -14\text{N}$$

$$F_z = -\frac{du}{dz} = -32\text{ N}$$

18. A particle is released from a height H. At certain height its kinetic energy is two times its potential energy. Height and speed of particle at that instant are :-

एक कण, ऊँचाई H से छोड़ा गया है किसी ऊँचाई पर इसकी गतिज ऊर्जा स्थितिज ऊर्जा की दो गुना है। इस क्षण पर कण की ऊँचाई व चाल है :-

(A) $\frac{H}{3}, \sqrt{\frac{2gH}{3}}$

(B) $\frac{H}{3}, 2\sqrt{\frac{gH}{3}}$

(C) $\frac{2H}{3}, \sqrt{\frac{2gH}{3}}$

(D) $\frac{H}{3}, \sqrt{2gH}$

Ans. B

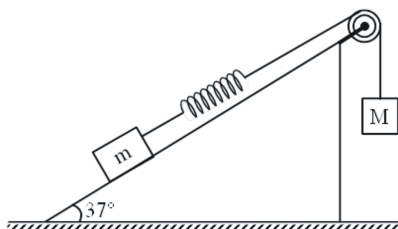
Sol. $(mgH - mgh) = 2 mgh$

$$\therefore h = \frac{H}{3}$$

$$v = \sqrt{2g(H - h)} = \sqrt{2g\left(\frac{2H}{3}\right)} = 2\sqrt{\frac{gH}{3}}$$

19. A block of mass m is attached with a massless spring of force constant K . The block is placed over a rough inclined surface for which the coefficient of friction is $\mu = 3/4$. The minimum value of M required to move the block up the plane is : (Neglect mass of string and pulley and friction in pulley) :

m द्रव्यमान का एक ब्लॉक K बल नियतांक वाली द्रव्यमानहीन रस्सी के साथ जुड़ा है। ब्लॉक एक खुरदरे नत-तल के ऊपर स्थित है जिसके लिए घर्षण गुणांक $\mu = 3/4$ है। तल पर ऊपर की ओर ब्लॉक को गति कराने के लिए आवश्यक M का न्यूनतम मान होगा: (रस्सी तथा धिरनी का द्रव्यमान तथा धिरनी में घर्षण नगण्य मानिये) प्रारम्भ में स्प्रिंग मूल लम्बाई में है तथा ब्लॉक को विरामावस्था से छोड़ा जाता है।



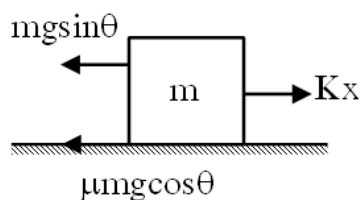
- (A) $3/5 m$
 (B) $4/5 m$
 (C) $2 m$
 (D) $3/2 m$

Ans. A

Sol. Applying work-energy theorem :

$$W_g - W_{sp} = \Delta K.E$$

$$W_g = W_{sp}$$



$$mgx = \frac{1}{2} K x^2$$

$$2Mg = Kx$$

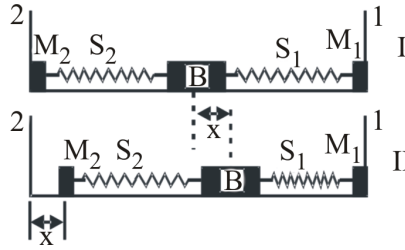
Forces acting on block m ,

$$Kx = mg \sin 37^\circ + \mu mg \cos 37^\circ$$

$$2Mg = \frac{3}{5} mg + \frac{3}{4} mg \times \frac{4}{5} \Rightarrow \boxed{M = \frac{3}{5} m}$$

20. A block (B) is attached to two unstretched springs S_1 and S_2 with spring constants k and $4k$, respectively (see figure 1). The other ends are attached to identical supports M_1 and M_2 not attached to the walls. The springs and supports have negligible mass. There is no friction anywhere. The block B is displaced towards wall 1 by a small distance x (figure II) and released. The block returns and moves a maximum distance y towards wall 2. Displacements x and y are measured with respect to the equilibrium position of the block B. The ratio $\frac{y}{x}$ is :-

दो अवितान्य स्प्रिंगें S_1 तथा S_2 जिनके स्प्रिंग नियतांक क्रमशः k तथा $4k$ है, को एक ब्लॉक B से जोड़ा गया है (चित्र I)। स्प्रिंगों के दूसरे सिरों को एकसमान आधार M_1 तथा M_2 से जोड़ा गया है, जो दीवार से नहीं जुड़े हैं। स्प्रिंग तथा आधार का द्रव्यमान नगण्य है। कहीं भी कोई घर्षण नहीं है। ब्लॉक B को दीवार 1 की तरफ एक छोटी दूरी x तक (चित्र II) विस्थापित करके छोड़ दिया जाता है। ब्लॉक वापस आता है तथा दीवार 2 की ओर अधिकतम दूरी y तक जाता है। विस्थापनों x और y को ब्लॉक B की साम्यावस्था से मापा जाता है। अनुपात $\frac{y}{x}$ का मान है :-



- (A) 4
 (B) 2
 (C) $\frac{1}{2}$
 (D) $\frac{1}{4}$

Ans. C

SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 10 questions Candidates have to attempt any 5 questions out of 10. If more than 5 questions are attempted, then only first 5 attempted questions will be evaluated.

The answer to each question is a Numerical Value.

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : -1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खंड में 10 प्रश्न हैं। उम्मीदवारों को 10 में से किसी भी 5 प्रश्न का प्रयास करना है। यदि 5 से अधिक प्रश्नों का प्रयास किया जाता है, तो केवल पहले 5 प्रश्नों का मूल्यांकन किया जाएगा।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान (Numerical Value) है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में, उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।)

प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

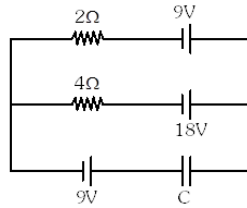
पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

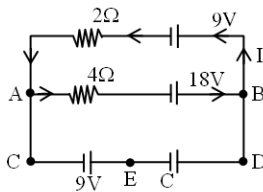
1. In the circuit shown, calculate the potential drop (in volt) across the capacitor.

प्रदर्शित परिपथ में संधारित्र के सिरो पर विभवापतन (वोल्ट में) की गणना कीजिए।



Ans. 3

Sol.



During steady states

$$I = \frac{18 - 9}{4 + 2} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} = 1.5A$$

$$\therefore V_A - V_B = 1.5 \times 4 - 18$$

$$= 6 - 18$$

$$= -12V = V_C - V_D$$

$$V_C - V_E + V_E - V_D = V_C - V_D$$

$$-9 + V_E - V_D = -12$$

$$\therefore V_E - V_D = -12 + 9$$

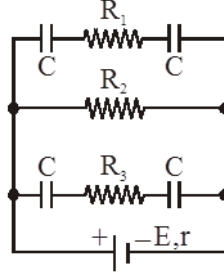
$$= -3$$

$$\therefore V_D - V_E = 3 \text{ volts}$$

2. In the circuit diagram of figure, $E = 5$ volt, $r = 1\Omega$, $R_2 = 4\Omega$, $R_1 = R_3 = 1\Omega$ and $C = 3\mu\text{F}$. Then the magnitude of the charge (in μC) on each capacitor plate is :-

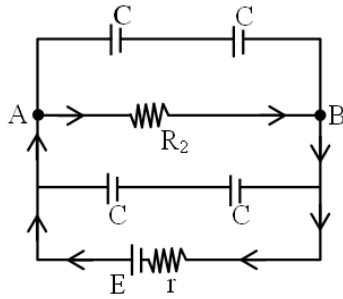
चित्र में दिखाये गये परिपथ में $E = 5$ वोल्ट, $r = 1\Omega$,

$R_2 = 4\Omega$, $R_1 = R_3 = 1\Omega$ और $C = 3\mu\text{F}$ है। तब प्रत्येक संधारित्र की प्लेट पर आवेश (μC में) का परिमाण है :-



Ans. 6

Sol.



During steady state

$$I = \frac{E}{r + R_2} = \frac{5}{4 + 1} = 1\text{A}$$

$$\therefore V_A - V_B = 1 \times R_2 = 1 \times 4 = 4\text{V}$$

$$\therefore q = C_{\text{eq}} \times V$$

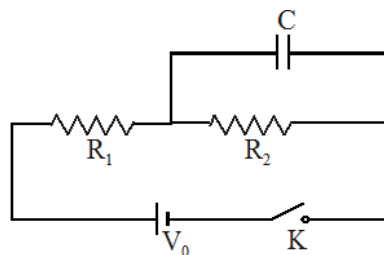
$$= \frac{e}{2} \times V = \frac{3}{2} \times 4 = 6\mu\text{C}$$

3. In the connection shown in the figure the switch K is open and the capacitor is uncharged. Then we close the switch and let the capacitor charge up to the maximum and open the switch again. Then (Use the following data : $V_0=30\text{ V}$, $R_1=10\text{ k}\Omega$, $R_2=5\text{ k}\Omega$.)

- (i) the current through R_1 be I_1 immediately after closing the switch
 (ii) the current through R_2 be I_2 a long time after the switch was closed
 (iii) the current through R_2 be I_3 immediately after reopening the switch

Find the value of $\frac{I_1}{I_2 I_3}$ (in ampere⁻¹).

प्रदर्शित परिपथ में स्विच K खुला है व संधारित्र अनावेशित है। अब स्विच को बंद कर संधारित्र को अधिकतम मान तक आवेशित कर पुनः स्विच को खोल दिया जाता है। यहां $V_0=30\text{ V}$, $R_1=10\text{ k}\Omega$, $R_2=5\text{ k}\Omega$ है।

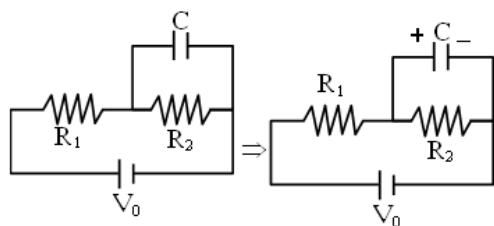


- (i) स्विच को बंद करने के तुरन्त पश्चात् R_1 में धारा I_1 है।
 (ii) स्विच को बंद करने के लम्बे समय पश्चात् R_2 में धारा I_2 है।
 (iii) स्विच को पुनः खोलने के तुरन्त पश्चात् R_2 में प्रवाहित धारा I_3 है।

$\frac{I_1}{I_2 I_3}$ का मान (ampere⁻¹ में) ज्ञात कीजिये।

Ans. 750

Sol.



$$I_1 = \frac{V_0}{R_1} = \frac{30}{10 \times 10^3} = 3 \times 10^{-3} \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{V_0}{R_1 + R_2} = \frac{30}{(10 + 5) \times 10^3} = 2 \times 10^{-3} \text{ A}$$

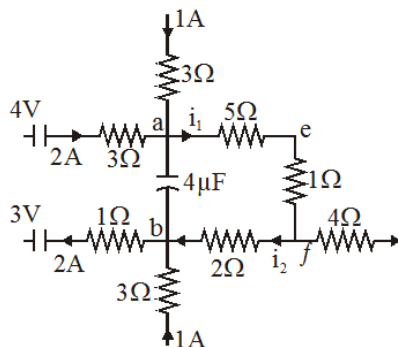
$$V_C = V_{R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_0 = \frac{5}{10 + 5} \times 30 = 10 \text{ V}$$

$$I_3 \frac{V_C}{R_2} = \frac{10}{5 \times 10^3} = 2 \times 10^{-3} \text{ A}$$

$$\frac{I_1}{I_2 I_3} = \frac{3 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^{-3}} = 750 \text{ A}^{-1}$$

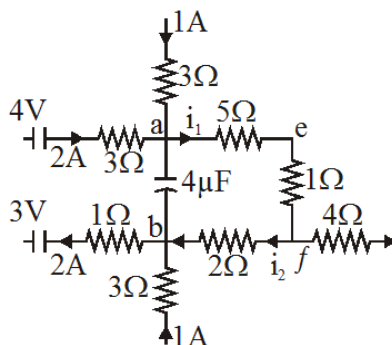
4. A part of circuit in steady state along with the currents flowing in the branches, the value of resistances etc., is shown in figure. Calculate the energy stored in the capacitor is $x \times 10^{-4}$ J then x is :

दर्शाया गया चित्र एक वैद्युत परिपथ की स्थायी अवस्था का है। इसकी विभिन्न शाखाओं में धारा प्रतिरोध के मान इत्यादि दिखाये गये हैं। संधारित्र में संचित ऊर्जा का मान $x \times 10^{-4}$ J है, तो x का मान है।



Ans. 8

Sol. When the capacitor plates get fully charged, there will be no current in branch ab. Remember capacitance acts as the open circuit since capacitance offers infinite resistance to d.c. The capacitance simply collects the charge



Applying Kirchhoff's first law to the junctions a and b, we find $i_1 = 3A$ and $i_2 = 1A$

Now applying Kirchhoff's second law to the closed mesh aefba, we get

$$3 \times 5 + 3 \times 1 + 1 \times 2 = V_a - V_b$$

$$\text{or } V_a - V_b = 20 \text{ V}$$

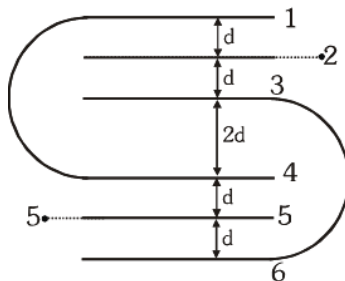
$$U = \frac{1}{2} C(V_a - V_b)^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^{-6} \times (20)^2$$

$$= 0.8 \text{ mJ}$$

$$= 8 \times 10^{-4} \text{ Joule}$$

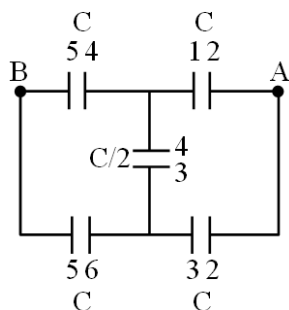
5. There are six parallel plates of equal area A are arranged as shown in figure ($d \ll A$). The equivalent capacitance between points 2 and 5, is $\alpha \frac{\epsilon_0 A}{d}$. Then find the value of α .

समान क्षेत्रफल A वाली छः समान्तर प्लेटों को चित्रानुसार व्यवस्थित किया गया है ($d \ll A$) बिन्दु 2 तथा 5 के मध्य तुल्य धारिता $\alpha \frac{\epsilon_0 A}{d}$ है तो α का मान ज्ञात कीजिए।



Ans. 1

Sol.



This is balance bridge

$$C_{AB} = C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \alpha \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

$$\alpha = 1$$

6. A boy whose mass is 51 kg climbs, with constant speed, a vertical rope-6 m long in 10 seconds. How much work does the boy perform (in Joule) ? (Take $g = 10 \text{ m/s}^2$)

एक लड़का जिसका द्रव्यमान 51 किग्रा है। 6 मीटर लम्बे ऊर्ध्वाधर रस्से पर नियत चाल से 10 सैकण्ड में चढ़ता है। लड़के द्वारा कितना कार्य किया जाता है ? (जूल में) ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Ans. 3060

Sol. $W = mgh$

$$= (51)(10)(6)$$

$$= 3060 \text{ J}$$

7. The potential energy of a 1 kg particle free to move along the x-axis is given by :-

$$U(x) = \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} \right) \text{ J}$$

The total mechanical energy of the particle is 2 J. Then the maximum speed (in m/s) is $\frac{N}{\sqrt{2}}$. Then N is :-

x-अक्ष के अनुदिश मुक्त रूप से गतिमान 1 kg कण की स्थितिज ऊर्जा निम्न है :-

$$U(x) = \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} \right) \text{ J}$$

कण की कुल यांत्रिक ऊर्जा 2 J है तब अधिकतम चाल (मी/से. में) $\frac{N}{\sqrt{2}}$ है, तो N है :-

Ans. 3

Sol. Potential energy $U = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2}$

For maximum kinetic energy, potential energy of a particle should be minimum.

For minimum value of U, $\frac{dU}{dx} = 0$ and $\frac{d^2U}{dx^2} > 0$

After calculation at $x = \pm 1$

$$U_{\min} = -\frac{1}{4} \text{ J}$$

$$TE = KE_{\max} + PE_{\min}$$

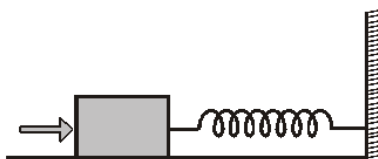
$$\Rightarrow KE_{\max} = TE - PE_{\min}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = 2 - \left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$v_{\max} = \frac{3}{\sqrt{2}} \text{ m/s}$$

8. A block of mass 0.18 kg is attached to a spring of force-constant 2 N/m. The coefficient of friction between the block and the floor is 0.1. Initially the block is at rest and the spring is un-stretched. An impulse is given to the block as shown in the figure. The block slides a distance of 0.06 m and comes to rest for the first time. The initial velocity of the block in m/s is $V = N/10$. Then N is

0.18 kg द्रव्यमान के एक गुटके को 2 N/m बल-नियतांक के स्प्रिंग से संलग्न किया है। गुटके और जमीन के बीच घर्षण-गुणांक 0.1 है। आरम्भ में गुटका स्थिर है और स्प्रिंग में फैलाव नहीं है। चित्र में दर्शाये अनुसार एक आवेग गुटके को दिया जाता है जिससे गुटका 0.06 m सरक कर रूकता है (पहली बार)। यदि गुटके का आरम्भिक वेग (m/s में) $V = N/10$ लें तो N का मान होगा



Ans. 4

Sol.

$$\Delta W_{All} = \Delta kE$$

$$W_{friction} + W_{spring} = \Delta kE$$

$$-\mu mgx - \frac{1}{2}kx^2 = 0 - \frac{1}{2}mv^2$$

$$\mu mgx + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2\mu mgx + kx^2}{m}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \times 0.1 \times 0.18 \times 10 \times 0.06 + 2 \times (0.06)^2}{0.18}}$$

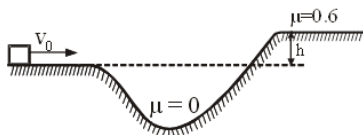
$$= \frac{N}{10} \Rightarrow N = 4$$

9. In the figure, a block slides along a track from one level to a higher level, by moving through an intermediate valley. The track is frictionless until the block reaches the higher level. There a frictional force stops the block in a distance d . The block's initial speed v_0 is 6 m/s, the height difference h is 1.2m and the coefficient of kinetic friction μ is 0.6. The value of d is :-

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$

एक ब्लॉक निम्न स्तर से उच्चतर स्तर तक चित्रानुसार एक मध्यवर्ती पथ के अनुदिश गति करता है। उच्चतर स्तर तक पहुंचने तक पथ घर्षण रहित है। तत्पश्चात् ब्लॉक घर्षण बल के द्वारा d दूरी के बाद रूक जाता है। ब्लॉक की प्रारम्भिक चाल v_0 का मान 6 m/s, ऊँचाई में अन्तर $h = 1.2 \text{ m}$ है तथा गतिज घर्षण गुणांक $\mu = 0.6$ हो तो d का मान होगा :-

$$(g = 10 \text{ m/s}^2)$$



Ans. 1

Sol. WET

$$\omega_g + \omega_{fr} = \Delta kE$$

$$-mg \times 1.1 - 0.6 mgd = 0 - \frac{1}{2}m \times 36$$

$$d = 1.167 \text{ m}$$

10. Power on a particle is $P = (3t^2 - 2t + 1)$ watt change in kinetic energy is $t = 2$ sec to $t = 4$ sec is :

एक कण पर शक्ति $P = (3t^2 - 2t + 1)$ watt है।

$t = 2$ sec से $t = 4$ sec के मध्य गतिज ऊर्जा परिवर्तन होगा :-

Ans. 46

$$\text{Sol. } \frac{dw}{dt} = (3t^2 - 2t + 1)$$

$$\int dw = \int (3t^2 - 2t + 1) dt$$

$$w_{total} = t^3 - t^2 + t$$

$$\Delta KE = (4^3 - 4^2 + 4) - (2^3 - 2^2 + 2)$$

$$= 46 \text{ J}$$

PART-2 : CHEMISTRY

भाग-2 : रसायन विज्ञान

SECTION-I : (Maximum Marks: 80)

This section contains 20 questions. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) Only one option is correct. For each question, marks will be awarded as follows:

Full Marks : +4 If correct answer is selected.

Zero Marks : 0 If none of the option is selected.

Negative Marks : -1 If wrong option is selected.

खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

इस खंड में 20 प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) केवल एक विकल्प सही है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएंगे:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।

1. Which of the following reagents would carry out the following transformation?

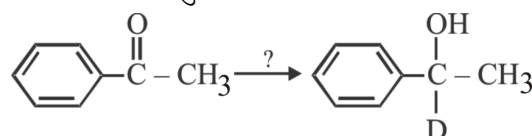
(A) NaBD₄ in CH₃OH

(B) LiAlH₄, then D₂O

(C) NaBO₄ in CH₃OD

(D) LiAlO₄, then D₂O

निम्न में से कौनसा अभिकर्मक इस स्थानान्तरण के लिए उपयुक्त होगा?



(A) NaBD₄ में CH₃OH

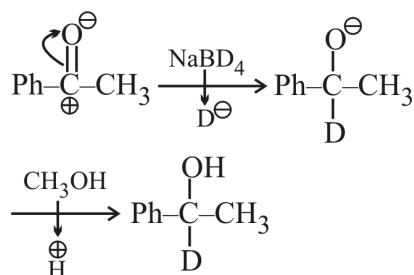
(B) LiAlH₄, तत्पश्चात् D₂O

(C) NaBO₄ में CH₃OD

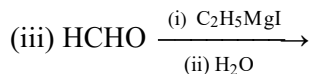
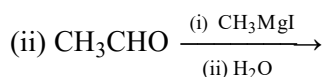
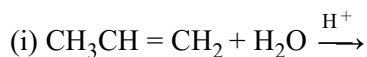
(D) LiAlO₄, तत्पश्चात् D₂O

Ans. A

Sol.



2. Which one/ones of the following reactions will yield 2-propanol ?



Choose the right answer :

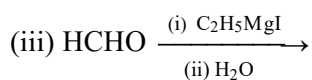
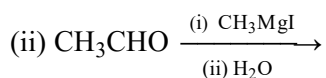
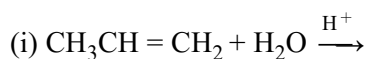
(A) (i) and (ii)

(B) (ii) and (iii)

(C) (iii) and (i)

(D) None of these

निम्न में से किस अभिक्रिया द्वारा 2-प्रोपेनॉल का निर्माण होता है-



सही उत्तर को चुनिये :

(A) (i) तथा (ii)

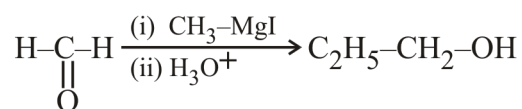
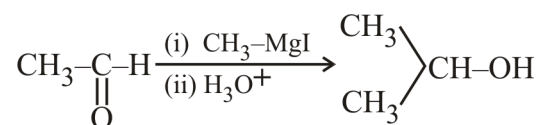
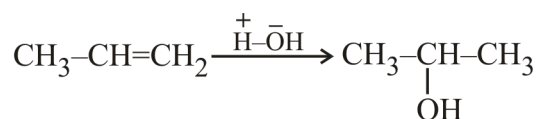
(B) (ii) तथा (iii)

(C) (iii) तथा (i)

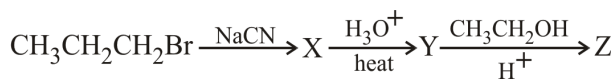
(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

Ans. A

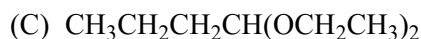
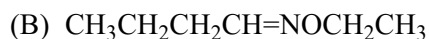
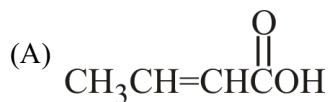
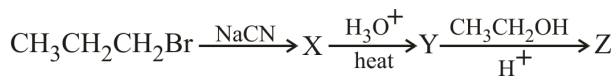
Sol.



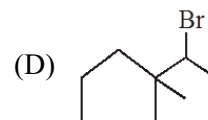
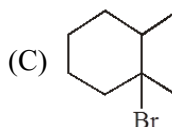
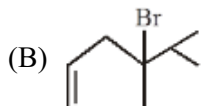
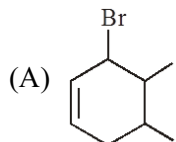
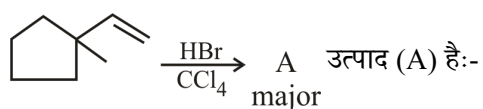
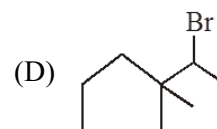
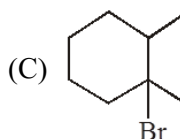
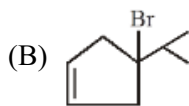
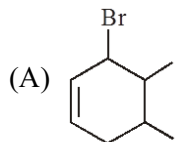
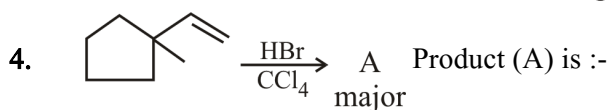
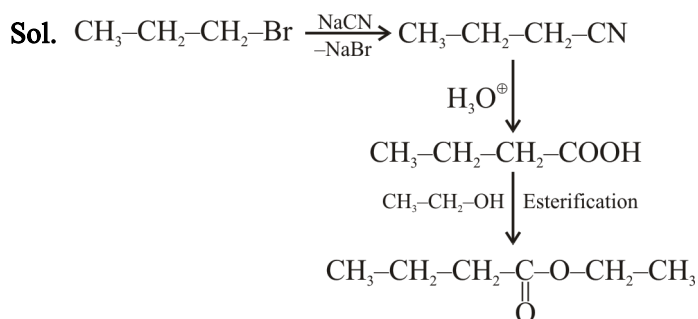
3. What is compound Z :-



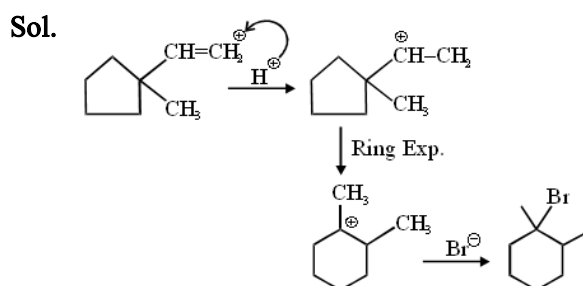
यौगिक Z होगा :-



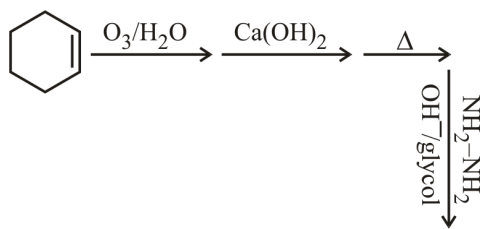
Ans. D



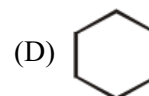
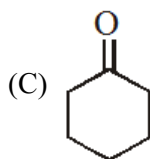
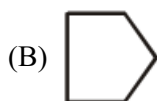
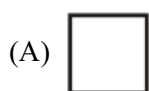
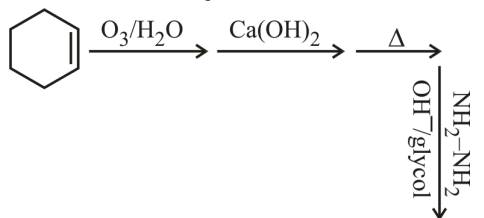
Ans. C



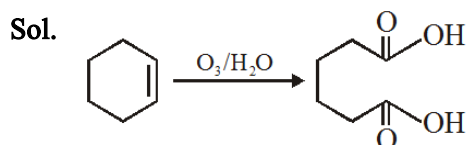
5. End product in the following sequence of reaction is :-



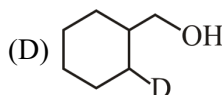
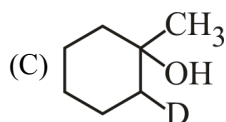
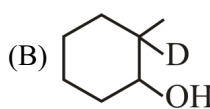
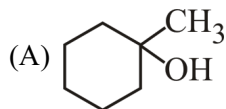
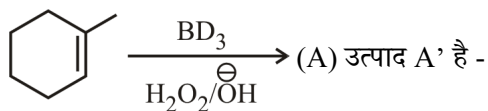
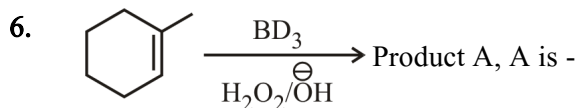
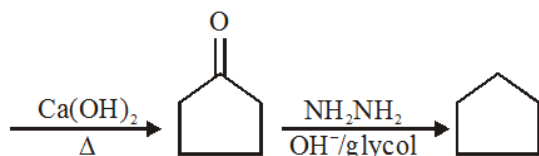
निम्न अभिक्रिया अनुक्रम का अन्तिम उत्पाद होगा :-



Ans. B

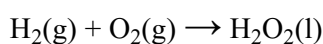


Since Zn or Me₂S is not taken, hence, -CHO is oxidised to -COOH



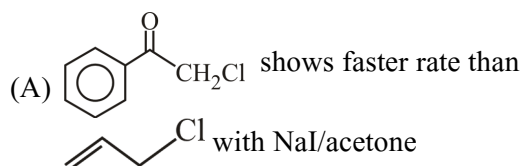
Ans. B

Sol. (b) For

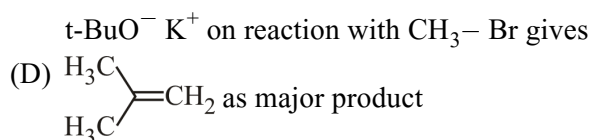
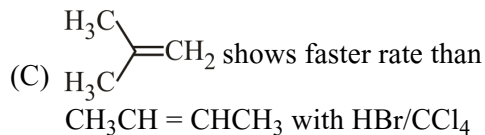


$$\Delta_f H^\circ(\text{H}_2\text{O}_2, \text{l}) = \Delta_r H_3^\circ + \frac{\Delta_r H_2^\circ}{2} - \frac{\Delta_r H_1^\circ}{2}$$

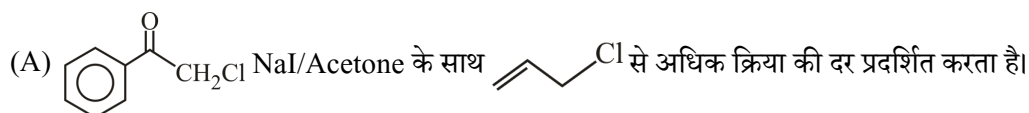
7. Incorrect statement is:



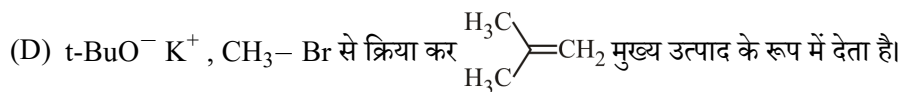
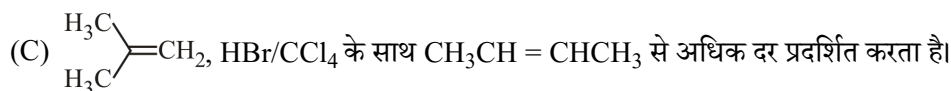
(B) $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$ on reaction with NaOI gives yellow ppt.



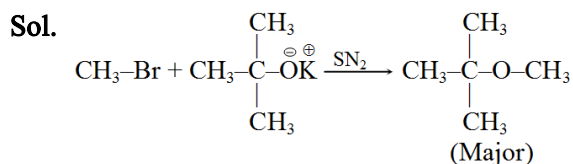
असत्य कथन है :



(B) $\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$, NaOI के साथ क्रिया कर पीला अवक्षेप देता है।



Ans. D



8. has the IUPAC name :-

(A) 3-Methyl-6-heptene-2-one

(B) 5-Methyl-1-heptene-6-one

(C) 4-Allyl-3-methyl-2-butanone

(D) None of the above



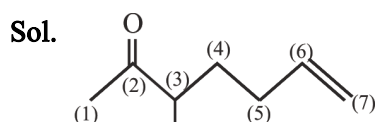
(A) 3-मेथिल-6-हेप्टीन-2-ऑन

(B) 5-मेथिल-1-हेप्टीन-6-ऑन

(C) 4-ऐलिल-3-मेथिल-2-ब्यूटेनॉन

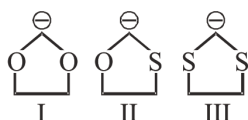
(D) कोई भी नहीं

Ans. A



12. What will be correct stability order :-

स्थायित्व का सही क्रम होगा :-



(A) I > II > III

(B) II > I > III

(C) III > II > I

(D) I > III > II

Ans. C

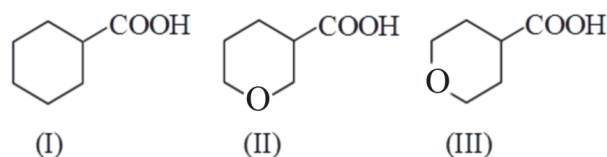
Sol. Carbanion μ charge separation

'S' has vacant d-orbital.

13. The **correct** order of acidic strengths of the carboxylic acids

is :-

कार्बोक्सिलिक अम्ल की अम्लीय सामर्थ्य का सही क्रम है।



(A) I > II > III

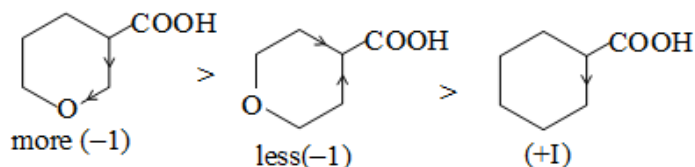
(B) II > III > I

(C) III > II > I

(D) II > I > III

Ans. B

Sol.



14. In the following compound,

the favourable site/s for protonation is/are :

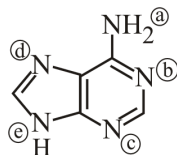
(A) (b), (c) and (d)

(B) (a)

(C) (a) and (e)

(D) (a) and (d)

निम्न यौगिक में,



प्रोटीनीकरण के लिए अनुकूल स्थान है (होगा):

(A) (b), (c) तथा (d)

(B) (a)

(C) (a) तथा (e)

(D) (a) तथा (d)

Ans. A

Sol. Localised lone pair e^- available at the site of b, c and d.

15. The decreasing order of -I effect of the following is:

दिये हुये में -I प्रभाव का घटता क्रम होगा।

I. $\text{H}_3\text{N}^{\oplus}$ II. NO_2 III. CN IV. COOH

(A) $\text{I} > \text{II} > \text{III} > \text{IV}$

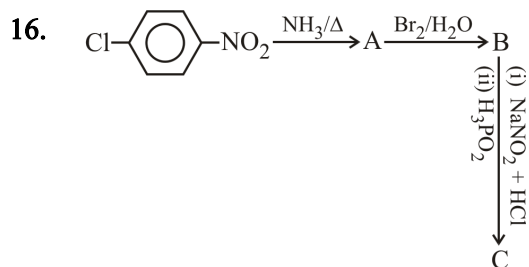
(B) $\text{II} > \text{I} > \text{III} > \text{IV}$

(C) $\text{I} > \text{III} > \text{II} > \text{IV}$

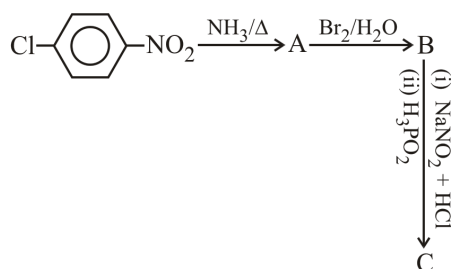
(D) $\text{II} > \text{I} > \text{IV} > \text{III}$

Ans. A

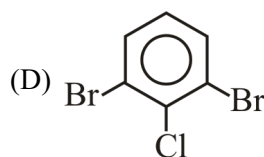
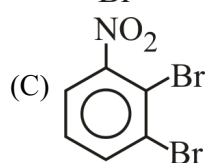
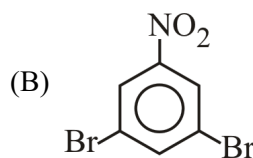
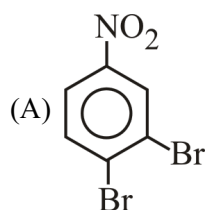
Sol. $-\text{NH}_3^{\oplus} > -\text{NO}_2 > -\text{CN} > -\text{COOH}$
 cation \downarrow -I effect



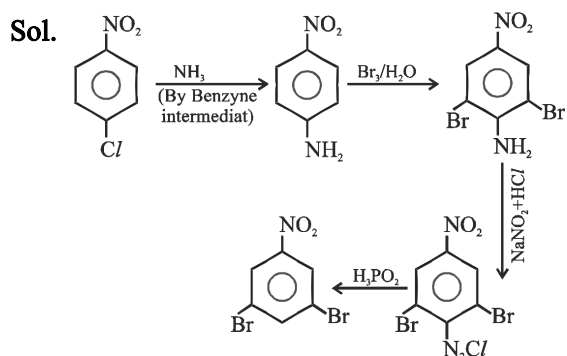
Product of C in above reaction.



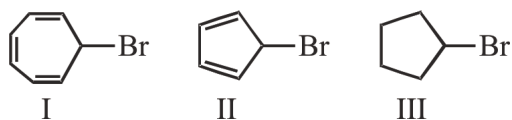
उपरोक्त क्रियाओं में उत्पाद C होगा -



Ans. B

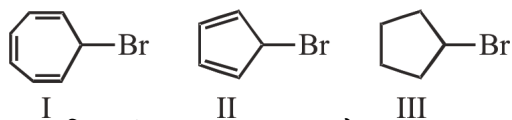


17. Among the compounds



The order of decreasing S_N1 reactivity is :-

निम्न यौगिकों में



S_N1 क्रियाशीलता का घटता क्रम है :-

(A) I > II > III

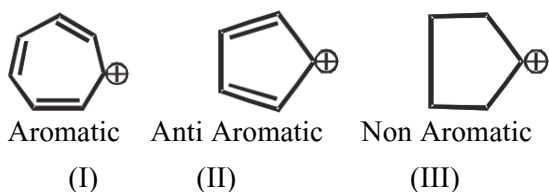
(B) I > III > II

(C) II > III > I

(D) III > I > II

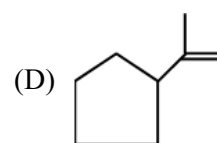
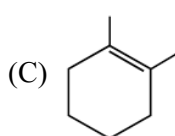
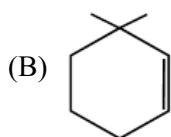
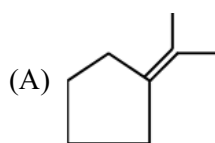
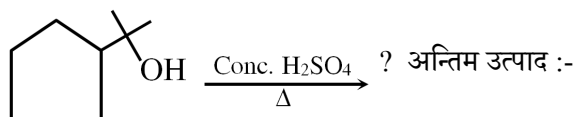
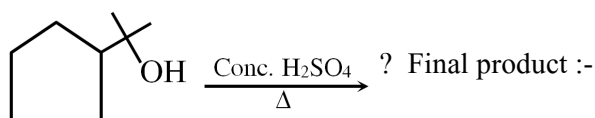
Ans. B

Sol. Rate of S_N1 reaction \propto stability of carbocation



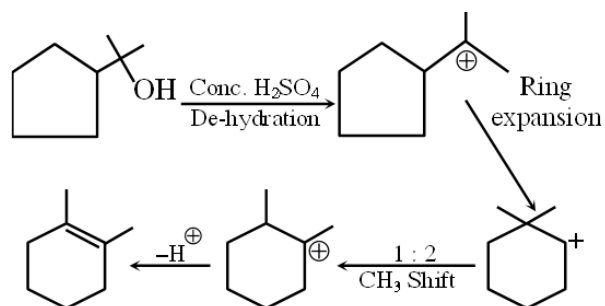
(I) > (III) > (II)

18.

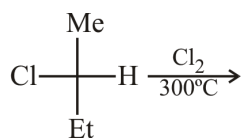


Ans. C

Sol.

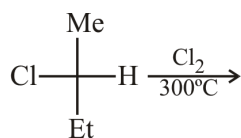


19. Pick the correct statement for monochlorination of R-secbutyl chloride.



- (A) There are four possible products; three are optically active one is optically inactive
 (B) There are five possible products; three are optically inactive & two are optically active
 (C) There are five possible products; two are optically inactive & three are optically active
 (D) There are four possible products; two are optically active & two are optically inactive

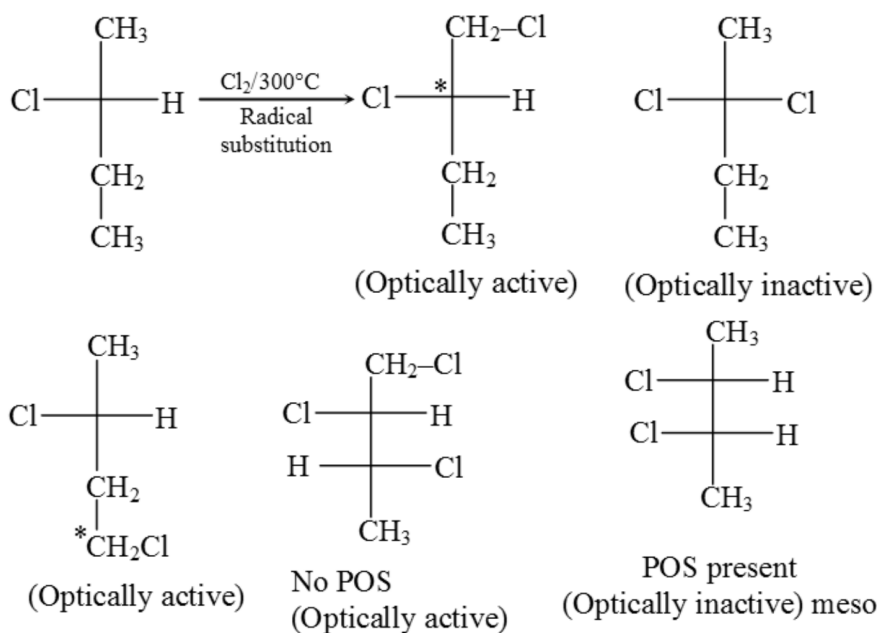
R-secbutyl chloride के मोनोक्लोरीनीकरण के द्वारा प्राप्त सही कथन का चयन कीजिए।



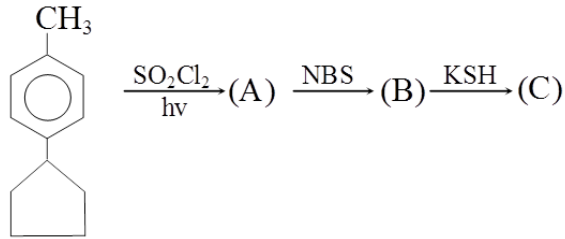
- (A) चार सम्भावित उत्पाद, तीन प्रकाशीय सक्रिय एवं एक प्रकाशीय निष्क्रिय
 (B) पाँच सम्भावित उत्पाद, तीन प्रकाशीय निष्क्रिय एवं दो प्रकाशीय सक्रिय
 (C) पाँच सम्भावित उत्पाद, दो प्रकाशीय निष्क्रिय एवं तीन प्रकाशीय सक्रिय
 (D) चार सम्भावित उत्पाद, दो प्रकाशीय सक्रिय एवं दो प्रकाशीय निष्क्रिय

Ans. C

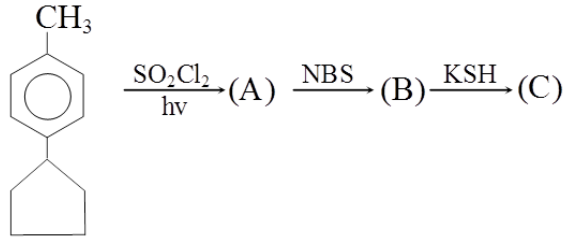
Sol.



20.



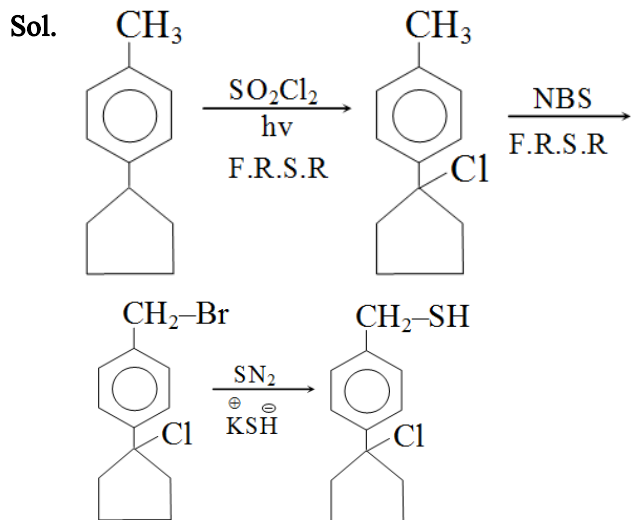
Product (C) is:



उत्पाद (C) है :-



Ans. B



SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 10 questions Candidates have to attempt any 5 questions out of 10. If more than 5 questions are attempted, then only first 5 attempted questions will be evaluated.

The answer to each question is a Numerical Value.

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : -1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खंड में 10 प्रश्न हैं। उम्मीदवारों को 10 में से किसी भी 5 प्रश्न का प्रयास करना है। यदि 5 से अधिक प्रश्नों का प्रयास किया जाता है, तो केवल पहले 5 प्रश्नों का मूल्यांकन किया जाएगा।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान (Numerical Value) है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में, उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।)

प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

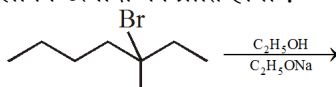
पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

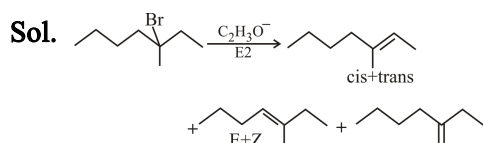
ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

1. In the following reaction, how many elimination products would be formed in principle by E₂ mechanism ?

निम्न अभिक्रिया में E₂ क्रिया विधि द्वारा कितने विलोपन उत्पादों की प्राप्ति होगी ?

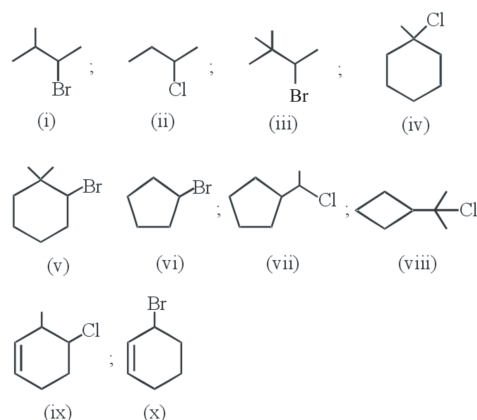


Ans. 5



2. How many substrates will show rearrangement during S_N1 reaction.

कितने अभिकारक S_N1 अभिक्रिया के दौरान पुनर्विन्यास प्रदर्शित करते हैं।

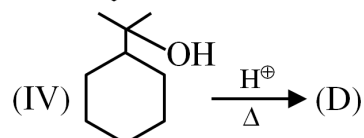
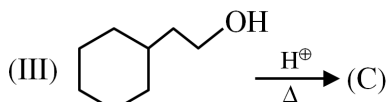
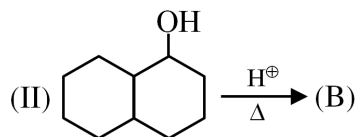
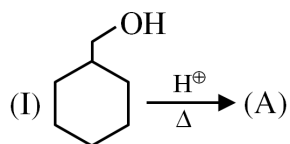


Ans. 6

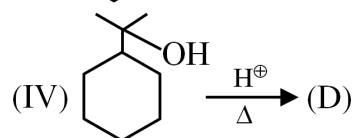
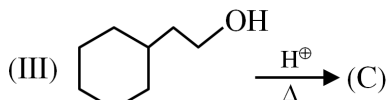
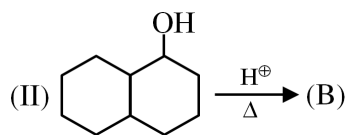
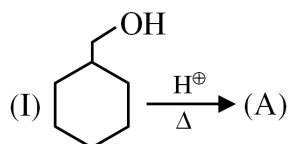
Sol. S_N1 reaction given by those halides which directly produce 2°/3°/resonance stable carbocation. (i), (iii), (v), (vii), (viii), (ix)

undergoes rearrangement of carbocation in order to convert into more stable carbocation.

3. Sum of α -hydrogen in major product of the reaction :

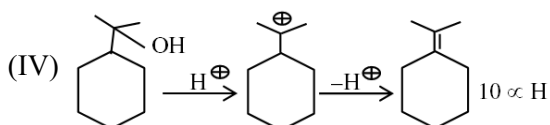
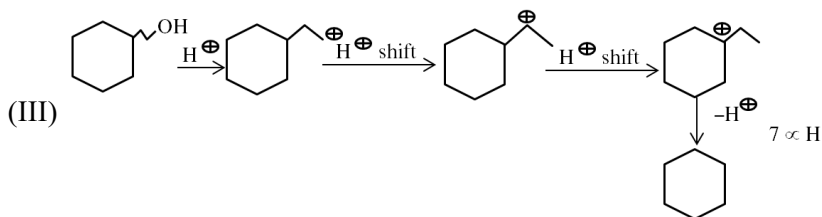
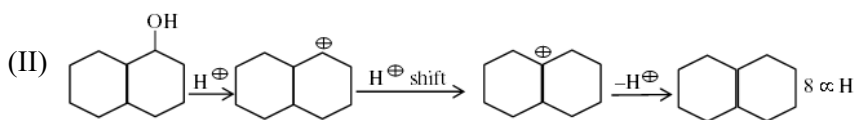
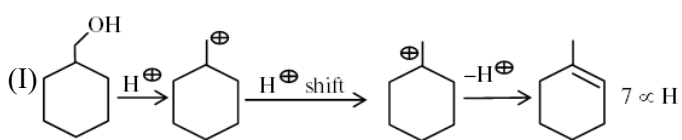


अभिक्रिया के मुख्य उत्पादो हेतु α -H का योग होगा

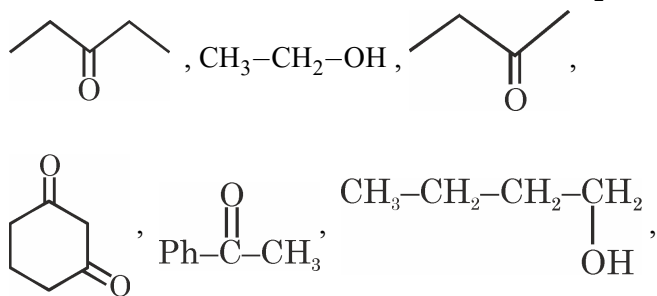


Ans. 32

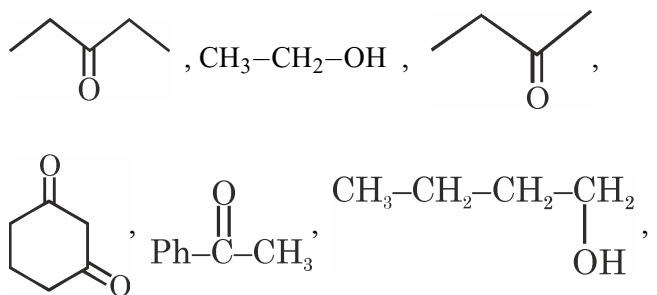
Sol.



4. How many compounds gives chloroform with Cl_2 , NaOH ?

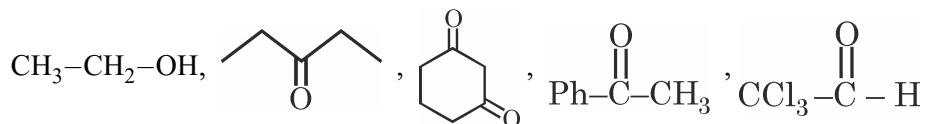


कितने यौगिक Cl_2 , NaOH के साथ क्लोरोफॉर्म देते हैं :



Ans. 5

Sol. Chloroform given by



5. R-2-chloropentane $\xrightarrow[\text{Cl}_2]{h\nu}$ Monochlorination takes place. The mixture of products formed is subjected to fractional distillation. Find the value of $\frac{x}{2}$ where x is the total number of fractions obtained :

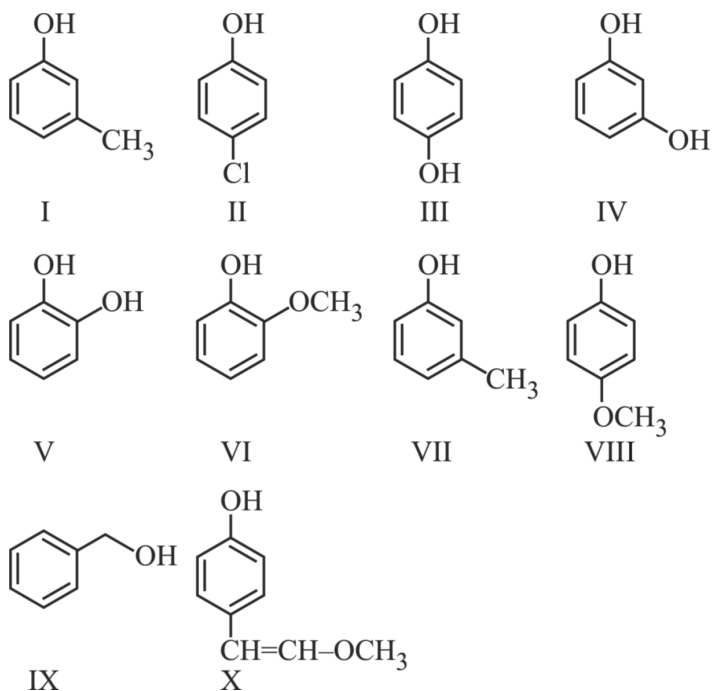
R-2-क्लोरोपेन्टेन $\xrightarrow[\text{Cl}_2]{h\nu}$ मोनोक्लोरीनीकरण होता है निर्मित उत्पादों के मिश्रण का प्रभाजी आसवन किया गया तो $\frac{x}{2}$ का मान ज्ञात कीजिये जहाँ x प्राप्त प्रभाजों की कुल संख्या है?

Ans. 7

Sol. Total 7 fractions are formed.

6. How many of the following are stronger acid than phenol?

निम्न में से फिनॉल से अधिक अम्लीय अम्ल है?



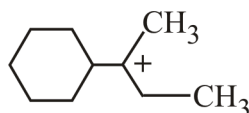
Ans. 3

Sol.

$$\text{Acidic strength} \propto -I, -M \propto \frac{1}{+I, +M}$$

7. The total number of contributing structures showing hyperconjugation for the following carbocation is

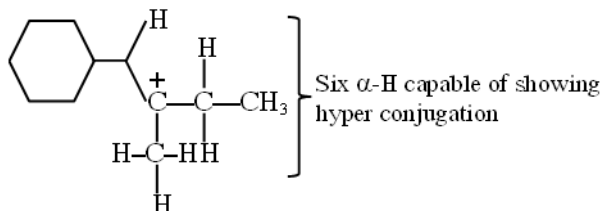
दिये गये कार्बधनायन में अतिसंयुग्मन प्रदर्शित करने वाली योगदान संरचना की संख्या है।



Ans. 6

Sol.

The given carbocation has six-H that can take part in hyperconjugation as :



$$\text{no of hyperconjugated} = a - H + 1$$

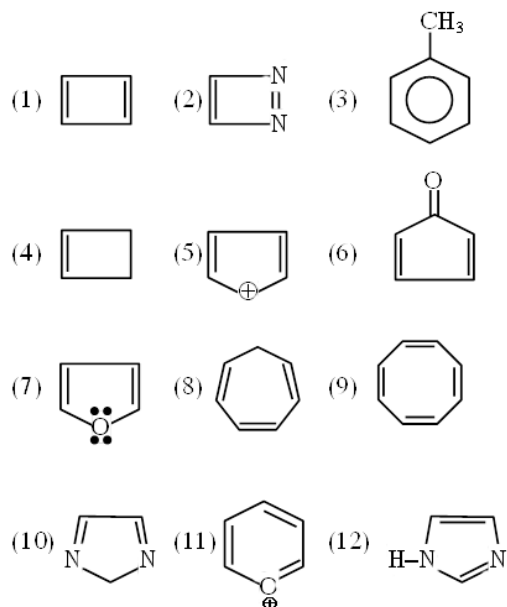
$$\text{structure} = 6 + 1 = 7$$

8. X = Number of aromatic compound.
 Y = Number of anti aromatic compound
 Product of X & Y is

X = ऐरोमेटिक यौगिक की संख्या

Y = एंण्टि ऐरोमेटिक की संख्या

X और Y का गुणनफल है।



Ans. 20

Sol. $x = 5$

2, 3, 7, 11, 12 (Aromatic compound)

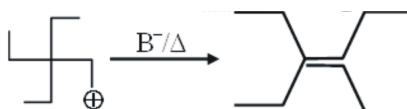
$y = 4$

1, 2, 5, 6 (Anti Aromatic compound)

Thus $\Rightarrow x \times y = 5 \times 4 = 20$

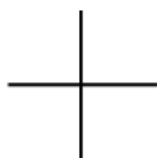
9. Total number of 1-2 shift during the conversion of

दिये गये परिवर्तन में 1-2 स्थान्तरण की संख्या है।



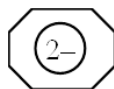
Ans. 3

Sol.



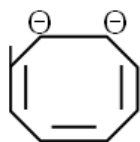
10. How many de-localised e^- present in given compound.

दिये गये यौगिक में विस्थानीकृत e^- की संख्या है।



Ans. 10

Sol.



De-localised $e = 10\pi e$

PART-3 : MATHEMATICS

भाग-3 : गणित

SECTION-I : (Maximum Marks: 80)

This section contains 20 questions. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) Only one option is correct. For each question, marks will be awarded as follows:

Full Marks : +4 If correct answer is selected.

Zero Marks : 0 If none of the option is selected.

Negative Marks : -1 If wrong option is selected.

खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

इस खंड में 20 प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) केवल एक विकल्प सही है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएंगे:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।

1. $\int_0^{\pi/3} e^{\sec x} \left((\sec x \tan x + 1) e^x + e^{x^2} (\sec x \tan x + 2x) \right) dx$ is-

$\int_0^{\pi/3} e^{\sec x} \left((\sec x \tan x + 1) e^x + e^{x^2} (\sec x \tan x + 2x) \right) dx$ होगा-

(A) $e^{\left(2+\frac{\pi}{3}\right)} + e^{\left(2+\frac{\pi^2}{9}\right)} - 2e$

(B) $\frac{\pi}{3} + e^{\frac{\pi^2}{9}}$

(C) $e^{\left(2+\frac{\pi}{6}\right)} + e^{\left(2+\frac{\pi^2}{3}\right)}$

(D) e^3

Ans. A

Sol. $\int_0^{\pi/3} e^{(\sec x+x)} (\sec x \tan x + 1) dx$
 $+ \int_0^{\pi/3} e^{(\sec x+x^2)} (\sec x \tan x + 2x) dx$

Let $\sec x + x = t_1 \Rightarrow (\sec x \tan x + 1) dx = dt_1$

$\left(e^{(\sec x+x)} \right)_0^{\pi/3} + \left(e^{(\sec x+x^2)} \right)_0^{\pi/3}$

$e^{\left(2+\frac{\pi}{3}\right)} + e^{\left(2+\frac{\pi^2}{9}\right)} - 2e$

2. The value of $\int_a^b \frac{|x|}{x} dx$ is :-

$\int_a^b \frac{|x|}{x} dx$ का मान होगा :-

- (A) $|b| - |a|$ (B) $|a| - |b|$
 (C) $|b| + |a|$ (D) $-|b| - |a|$

Ans. A

Sol. Case I : If $0 \leq a < b$, then $|x|/x = 1$

$$\therefore I = \int_a^b 1 \cdot dx = b - a = |b| - |a|$$

Case II : If $a < b \leq 0$, then $|x| = -x$

$$\begin{aligned} \therefore I &= \int_a^b \frac{-x}{x} dx = \int_a^b (-1) dx \\ &= [-x]_a^b = -b - (-a) = |b| - |a| \end{aligned}$$

Case III : If $a < 0 < b$

then $|x| = -x$ when $0 < x < a$ and $|x| = x$ when $0 < x < b$

$$\begin{aligned} I &= \int_a^b \frac{|x|}{x} dx = \int_a^0 \frac{|x|}{x} dx + \int_0^b \frac{|x|}{x} dx = \int_a^0 \frac{-x}{x} dx + \int_0^b \frac{x}{x} dx \\ &= \int_a^0 (-1) dx + \int_0^b 1 dx = [-x]_a^0 + [x]_0^b = a + b = b - (-a) = |b| - |a| \end{aligned}$$

Hence, in all the cases $I = \int_a^b \frac{|x|}{x} dx = |b| - |a|$

3. If $I_n = \int_0^1 x^n e^{-x} dx$, $n \in \mathbb{N}$ then $I_7 - 7I_6 =$

यदि $I_n = \int_0^1 x^n e^{-x} dx$, $n \in \mathbb{N}$ हो, तो $I_7 - 7I_6 =$

- (A) $\frac{1}{e}$ (B) $\frac{2}{e}$
 (C) $1 - \frac{1}{e}$ (D) $-\frac{1}{e}$

Ans. D

Sol. $I_7 = \int_0^1 x^7 \cdot e^{-x} dx$

by part

$$I_7 = (x^7(-e^{-x}))_0^1 + 7 \int_0^1 x^6 \cdot e^{-x} dx$$

$$I_7 - 7I_6 = - (x^7 e^{-x})_0^1 = -\frac{1}{e}$$

4. Let the function F be defined as

$$F(x) = \int_1^x \frac{e^t}{t} dt, \quad x > 0. \text{ then the value of the integral } \int_1^x \frac{e^t}{t+a} dt, \text{ where } a > 0, \text{ is :}$$

माना फलन F को $F(x) = \int_1^x \frac{e^t}{t} dt, x > 0$ के रूप में परिभाषित किया जाता है, तब समाकल $\int_1^x \frac{e^t}{t+a} dt$, का मान है जहाँ $a > 0$ है, है :

- (A) $e^a [F(x) - F(1+a)]$
 (B) $e^{-a} [F(x+a) - F(a)]$
 (C) $e^a [F(x+a) - F(1+a)]$
 (D) $e^{-a} [F(x+a) - F(1+a)]$

Ans. D

Sol.

$$F(x) = \int_1^x \frac{e^t}{t} dt$$

$$I = \int_1^x \frac{e^t}{t+a} dt$$

$$\text{Let, } t + a = y \Rightarrow dt = dy$$

$$\text{Also } t = 1 \Rightarrow y = 1 + a \text{ and } t = x \Rightarrow y = x + a$$

$$\therefore I = \int_{1+a}^{x+a} \frac{e^{y-a}}{y} dy$$

$$= e^{-a} \int_{1+a}^{x+a} \frac{e^y}{y} dy$$

$$= e^{-a} \int_{1+a}^{x+a} \frac{e^t}{t} dt$$

$$= e^{-a} [F(x+a) - F(1+a)]$$

5. Let $I_1 = \int_0^1 \frac{|\ln x|}{x^2 + 4x + 1} dx$ and

$I_2 = \int_1^\infty \frac{\ln x}{x^2 + 4x + 1} dx$, then

माना $I_1 = \int_0^1 \frac{|\ln x|}{x^2 + 4x + 1} dx$ और

$I_2 = \int_1^\infty \frac{\ln x}{x^2 + 4x + 1} dx$, तब

(A) $I_1 = I_2$

(B) $I_1 > I_2$

(C) $I_1 + I_2 = 0$

(D) $I_1 = 2I_2$

Ans. A

Sol. In I_2 substitute $x = \frac{1}{t} \Rightarrow dx = -\frac{dt}{t^2}$

$$\text{So, } I_2 = - \int_1^0 \frac{\ln t}{t^2 + 4t + 1} \cdot t^2 \left(\frac{-dt}{t^2} \right) = \int_0^1 \frac{(-\ln t)}{t^2 + 4t + 1} dt$$

$$= I_1 \text{ \{as } |\ln t| = -\ln t \text{ in } (0,1)\}$$

6. If a, b, c are distinct & rational numbers then $\begin{vmatrix} (a^2 + b^2 + c^2) & ab + bc + ca & ab + bc + ac \\ ab + bc + ca & (a^2 + b^2 + c^2) & (bc + ca + ab) \\ ab + bc + ca & (ab + bc + ca) & (a^2 + b^2 + c^2) \end{vmatrix}$ is

always :-

(A) zero

(B) Rational & Positive

(C) Rational & Negative

(D) Irrational and Positive

यदि a, b, c भिन्न तथा परिमेय संख्यायें हो, तो $\begin{vmatrix} (a^2 + b^2 + c^2) & ab + bc + ca & ab + bc + ac \\ ab + bc + ca & (a^2 + b^2 + c^2) & (bc + ca + ab) \\ ab + bc + ca & (ab + bc + ca) & (a^2 + b^2 + c^2) \end{vmatrix}$ सदैव होगा :-

(A) शून्य

(B) परिमेय तथा धनात्मक

(C) परिमेय तथा ऋणात्मक

(D) अपरिमेय तथा धनात्मक

Ans. B

Sol. $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}^2 = \text{Rational \& Positive}$

7. Value of $\begin{vmatrix} (b+c)^2 & a^2 & a^2 \\ b^2 & (a+c)^2 & b^2 \\ c^2 & c^2 & (a+b)^2 \end{vmatrix}$ is equal to :-

$\begin{vmatrix} (b+c)^2 & a^2 & a^2 \\ b^2 & (a+c)^2 & b^2 \\ c^2 & c^2 & (a+b)^2 \end{vmatrix}$ का मान है :-

(A) $2abc(a+b+c)$

(B) $2abc(a+b+c)^2$

(C) $2abc(a+b+c)^3$

(D) abc

Ans. C

Sol. Method-1

Applying $C_2 \rightarrow C_2 - C_1$; $C_3 \rightarrow C_3 - C_1$ then we get

$$\Delta = (a+b+c)^2 \begin{vmatrix} (b+c)^2 & a-(b+c) & a-(b+c) \\ b^2 & (a+c)-b & 0 \\ c^2 & 0 & (a+b)-c \end{vmatrix}$$

Applying $R_1 \rightarrow R_1 - (R_2 + R_3)$;

$$\Delta = (a+b+c)^2 \begin{vmatrix} 2bc & -2c & -2b \\ b^2 & a+c-b & 0 \\ c^2 & 0 & a+b-c \end{vmatrix}$$

Now applying $C_2 \rightarrow \left(C_2 + \frac{1}{b}C_1\right)$ and

$C_3 \rightarrow \left(C_3 + \frac{1}{c}C_1\right)$; we get

$$\Delta = (a+b+c)^2 \begin{vmatrix} 2bc & 0 & 0 \\ b^2 & a+c & \frac{b^2}{c} \\ c^2 & \frac{c^2}{b} & a+b \end{vmatrix}$$

\Rightarrow So $\Delta = 2abc(a+b+c)^3$

Method-2 Put $a = 1$, $b = 1$ and $c = 1$

& check from option

8. If $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3$ are three digit numbers each of which is divisible by k and $\Delta = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix}$,
then Δ is divisible by :-

(A) k (B) k^2 (C) k^3 (D) None

यदि $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2$ तथा $A_3B_3C_3$ तीन अंकीय संख्याएँ हैं, प्रत्येक k से विभाजित है तथा $\Delta = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix}$ तो Δ निम्न से विभाजित है :-

(A) k (B) k^2 (C) k^3 (D) कोई नहीं

Ans. A

Sol. Let $A_1B_1C_1 = 100A_1 + 10B_1 + C_1 = pk$

$A_2B_2C_2 = 100A_2 + 10B_2 + C_2 = qk$

$A_3B_3C_3 = 100A_3 + 10B_3 + C_3 = rk$

(where $p, q, r \in I$)

$C_3 \rightarrow C_3 + 100C_1 + 10C_2$

$$\Delta = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 & pk \\ A_2 & B_2 & qk \\ A_3 & B_3 & rk \end{vmatrix} = k \times \text{integer (divisible by } k)$$

9. The existence of the unique solution of the system of equations $2x + y + z = \beta$, $10x - y + \alpha z = 10$ and $4x + 3y - z = 6$ depends on

(A) Both α and β (B) Neither β nor α

(C) β only (D) α only

समीकरण निकाय $2x + y + z = \beta$, $10x - y + \alpha z = 10$ तथा $4x + 3y - z = 6$ के अद्वितीय हल का अस्तित्व निर्भर करता है -

(A) α और β दोनों (B) न β न α

(C) केवल β (D) केवल α

Ans. D

Sol.

$$\text{For unique solution } \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 10 & -1 & \alpha \\ 4 & 3 & -1 \end{vmatrix} \neq 0$$

$$\Rightarrow 2[1 - 3\alpha] - 1[-10 - 4\alpha] + 1[30 + 4] \neq 0$$

$$\Rightarrow 46 - 2\alpha \neq 0$$

$$\Rightarrow \alpha \neq 23$$

\therefore depend on only α

10. If $D = \begin{vmatrix} \frac{1}{z} & \frac{1}{z} & -\frac{(x+y)}{z^2} \\ -\frac{(y+z)}{x^2} & \frac{1}{x} & \frac{1}{x} \\ -\frac{y(y+z)}{x^2z} & \frac{x+2y+z}{xz} & -\frac{y(x+y)}{xz^2} \end{vmatrix}$ then, the incorrect statement is -

- (A) D is independent of x (B) D is independent of y
(C) D is independent of z (D) D is dependent on x, y, z

यदि $D = \begin{vmatrix} \frac{1}{z} & \frac{1}{z} & -\frac{(x+y)}{z^2} \\ -\frac{(y+z)}{x^2} & \frac{1}{x} & \frac{1}{x} \\ -\frac{y(y+z)}{x^2z} & \frac{x+2y+z}{xz} & -\frac{y(x+y)}{xz^2} \end{vmatrix}$ हो, तो गलत कथन होगा -

- (A) D, x से स्वतन्त्र होगा। (B) D, y से स्वतन्त्र होगा।
(C) D, z से स्वतन्त्र होगा। (D) D, x, y, z पर आश्रित होगा

Ans. D

Sol. $C_1 \rightarrow C_1x$; $C_2 \rightarrow C_2y$; $C_3 \rightarrow C_3z$
applying $C_1 \rightarrow C_1 + C_2 + C_3$
 $D = 0$

11. If a, b, c > 0 and x, y, z ∈ R, then the determinant $\begin{vmatrix} (a^x + a^{-x})^2 & (a^x - a^{-x})^2 & 1 \\ (b^y + b^{-y})^2 & (b^y - b^{-y})^2 & 1 \\ (c^z + c^{-z})^2 & (c^z - c^{-z})^2 & 1 \end{vmatrix}$ is equal to -

- (A) $a^x b^y c^z$
(B) $a^{-x} b^{-y} c^{-z}$
(C) $a^{2x} b^{2y} c^{2z}$
(D) zero

यदि a, b, c > 0 तथा x, y, z ∈ R, तो सारणिक $\begin{vmatrix} (a^x + a^{-x})^2 & (a^x - a^{-x})^2 & 1 \\ (b^y + b^{-y})^2 & (b^y - b^{-y})^2 & 1 \\ (c^z + c^{-z})^2 & (c^z - c^{-z})^2 & 1 \end{vmatrix}$ बराबर है -

- (A) $a^x b^y c^z$
(B) $a^{-x} b^{-y} c^{-z}$
(C) $a^{2x} b^{2y} c^{2z}$
(D) शून्य

Ans. D

12. The sides of a rectangle are $x = 0, y = 0,$

$x = 4, y = 3$. The equation of straight line having slope $\frac{1}{2}$ that divides the rectangle into two equal halves, is :-

एक आयत की भुजाएँ $x = 0, y = 0, x = 4, y = 3$ हैं। उस सरल रेखा का समीकरण जिसका ढाल $\frac{1}{2}$ है तथा जो आयत को दो बराबर भागों में विभाजित करती है, हैं:-

(A) $2y = x + 1$

(B) $2x = 2y + 1$

(C) $2y = x - 1$

(D) $2x + y = 1$

Ans. A

Sol.

$$\frac{1}{2}(4-x+y) \times 3 = 6 \Rightarrow x = y \quad \dots(1)$$

$$\frac{3}{(4-y-x)} = \frac{1}{2} \Rightarrow x + y + 2 = 0$$

$$x = y = -1$$

\therefore line : $2y = x + 1$

13. The angle between the pair of lines whose equation is $4x^2 + 10xy + my^2 + 5x + 10y = 0$ is:-

रेखा युग्म जिसका समीकरण $4x^2 + 10xy + my^2 + 5x + 10y = 0$ है, के मध्य कोण है :-

(A) $\tan^{-1} \left(\frac{3}{8} \right)$

(B) $\tan^{-1} \left(\frac{3}{4} \right)$

(C) $\tan^{-1} \left(\frac{2\sqrt{25-4m}}{m+4} \right), m \in \mathbb{R}$

(D) $\tan^{-1} (4/3)$

Ans. B

Sol. $\tan \theta = \frac{2\sqrt{h^2 - ab}}{a + b} = \frac{2\sqrt{25 - 4m}}{4 + m}$

14. Sum of values of b for which lines

$$L_1 : 2x + y - 5 = 0, L_2 : x + y - 2 = 0 \text{ and}$$

$L_3 : bx + 3y - 1 = 0$ do not form a triangle, is -

b के मानों का योगफल जिनके लिए रेखायें

$$L_1 : 2x + y - 5 = 0, L_2 : x + y - 2 = 0 \text{ तथा}$$

$L_3 : bx + 3y - 1 = 0$ त्रिभुज नहीं बनाती है, होगा -

(A) $\frac{4}{3}$

(B) $\frac{22}{3}$

(C) $\frac{31}{3}$

(D) $\frac{13}{3}$

Ans. C

Sol.

Case-I: when lines are concurrent

$$\therefore \begin{vmatrix} 2 & 1 & -5 \\ 1 & 1 & -2 \\ b & 3 & -1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow 2(-1 + 6) - 1(-1 + 2b) - 5(3 - b) = 0$$

$$\Rightarrow 10 + 1 - 2b - 15 + 5b = 0$$

$$\Rightarrow 3b = 4 \Rightarrow b = \frac{4}{3}$$

Case-II: when $L_1 = 0$ & $L_3 = 0$ are parallel

$$\frac{b}{2} = \frac{3}{1} \Rightarrow b = 6$$

Case-III: when $L_2 = 0$ & $L_3 = 0$ are parallel

$$\frac{b}{1} = \frac{3}{1} \Rightarrow b = 3$$

$$\therefore \text{Sum of values of } b \text{ is } \frac{4}{3} + 6 + 3 = \frac{31}{3}$$

15. The co-ordinates of the orthocentre of the triangle formed by the lines $2x^2 - 2y^2 + 3xy + 3x + y + 1 = 0$ and $3x + 2y + 1 = 0$ are :-

देखा $2x^2 - 2y^2 + 3xy + 3x + y + 1 = 0$ तथा

$3x + 2y + 1 = 0$ द्वारा बनने वाले त्रिभुज के लम्ब केन्द्र के निर्देशांक होंगे :-

(A) $\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$

(B) $\left(-\frac{3}{5}, -\frac{1}{5}\right)$

(C) $\left(\frac{1}{5}, -\frac{4}{5}\right)$

(D) $\left(\frac{2}{5}, -\frac{1}{5}\right)$

Ans. B

Sol.

$$2x^2 - 2y^2 + 3xy + 3x + y + 1$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 3(y+1)x - (2y^2 - y - 1) = 0$$

$$\Rightarrow (x + 2y + 1)(2x - y + 1) = 0$$

∴ The sides of the triangle are

$$x + 2y + 1 = 0 \quad \dots(1)$$

$$2x - y + 1 = 0 \quad \dots(2)$$

$$3x + 2y + 1 = 0 \quad \dots(3)$$

∴ Lines (1) and (2) are perpendicular

∴ Orthocentre H lies on their point of intersection

$$\therefore H \equiv \left(-\frac{3}{5}, -\frac{1}{5}\right)$$

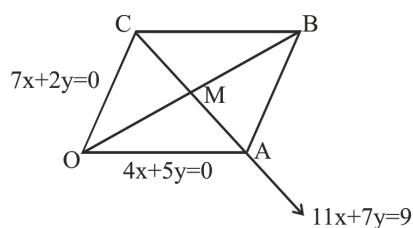
16. Two consecutive sides of a parallelogram are $4x+5y=0$ and $7x+2y=0$. If the equation to one diagonal is $11x+7y=9$, then the equation to the other diagonal is :-

समान्तर चतुर्भुज की दो आसन्न भुजाओं के समीकरण $4x+5y=0$ तथा $7x+2y=0$ है। यदि एक विकर्ण का समीकरण $11x+7y=9$ हो तो दूसरे विकर्ण का समीकरण होगा :-

- (A) $3x + 7y = 0$
 (B) $11x - 7y = 0$
 (C) $x - y = 0$
 (D) $x + y = 0$

Ans. C

Sol.



$$4x + 5y = 0 \quad \dots\dots\dots(i)$$

$$7x + 2y = 0 \quad \dots\dots\dots(ii)$$

$$11x + 7y = 9 \quad \dots\dots\dots(iii)$$

Solving (i) and (iii)

$$A \equiv \left(\frac{5}{3}, -\frac{4}{3} \right)$$

Solving (ii) and (iii)

$$C \equiv \left(-\frac{2}{3}, \frac{7}{3} \right)$$

Co-ordinates of middle point of AC

$$M \equiv \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

∴ Equation of other diagonal which passes through O and M is

$$y - 0 = \frac{\frac{1}{2} - 0}{\frac{1}{2} - 0} (x - 0)$$

17. If the lines represented by $2x^2 + 6xy + y^2 = 0$ are L_1 and L_2 , and the lines represented by $4x^2 + 18xy + y^2 = 0$ be ℓ_1 and ℓ_2 and the acute angle between L_1 and ℓ_1 is θ , then the acute angle between L_2 and ℓ_2 is :-

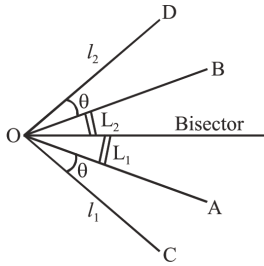
यदि $2x^2 + 6xy + y^2 = 0$ के द्वारा दर्शायी गई रेखाएँ L_1 व L_2 है व $4x^2 + 18xy + y^2 = 0$ के द्वारा दर्शायी गई रेखाएँ ℓ_1 व ℓ_2 है

यदि L_1 व ℓ_1 के मध्य न्यून कोण θ हो तो L_2 व ℓ_2 के मध्य का न्यून कोण होगा :-

- (A) $90^\circ - \theta$ (B) θ (C) $\theta - 90^\circ$ (D) 2θ

Ans. B

Sol.



Given pairs of lines are

$$2x^2 + 6xy + y^2 = 0 \quad \dots(1)$$

$$\text{and } 4x^2 + 18xy + y^2 = 0 \quad \dots(2)$$

Pairs of lines (1) and (2) have same bisectors, therefore pair of lines (1) is equally inclined to the pair of lines (2)

18. If a circle of radius R passes through the origin O and intersects the coordinate axes at A and B, then the locus of the foot of perpendicular from O on AB is :

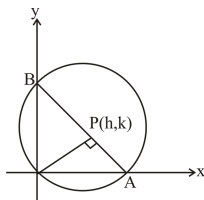
यदि R त्रिज्या का एक वृत्त मूलबिन्दु O से गुजरता है तथा निर्देशी अक्षों को बिन्दु A तथा B पर काटता है तो रेखा AB पर स्थित बिन्दु O से लम्ब के पाद का बिन्दुपथ होगा :

- (A) $(x^2 + y^2)^2 = 4R^2x^2y^2$ (B) $(x^2 + y^2)(x + y) = R^2xy$
 (C) $(x^2 + y^2)^3 = 4R^2x^2y^2$ (D) $(x^2 + y^2)^2 = 4R^2x^2y^2$

Ans. C

Sol. Slope of AB = $-\frac{h}{k}$

$$\text{Equation of AB is } hx + ky = h^2 + k^2$$



$$A \left(\frac{h^2 + k^2}{h}, 0 \right), B \left(0, \frac{h^2 + k^2}{k} \right)$$

$$AB = 2R$$

$$\Rightarrow (h^2 + k^2)^3 = 4R^2h^2k^2$$

$$\Rightarrow (x^2 + y^2)^3 = 4R^2x^2y^2$$

19. Given two points A(-2, 0) and B(0, 4) then the co-ordinate of a point 'P' lying on the line $2x - 3y = 9$ so that perimeter of ΔAPB is least :-

दो बिन्दु A(-2, 0) तथा B(0, 4) दिये गये हैं, तो रेखा $2x - 3y = 9$ पर स्थित बिन्दु 'P' इस प्रकार ज्ञात कीजिये कि ΔAPB की परिमीती न्यूनतम हो :-

(A) $\left(\frac{42}{13}, \frac{-11}{3}\right)$

(B) $\left(\frac{84}{13}, \frac{-74}{13}\right)$

(C) $\left(\frac{21}{17}, \frac{-37}{17}\right)$

(D) (0, -3)

Ans. C

20. If $f(x) = \int_0^x (2\cos^2 3t + 3\sin^2 3t) dt$, $f(x + \pi)$ is equal to :

यदि $f(x) = \int_0^x (2\cos^2 3t + 3\sin^2 3t) dt$ हो, तो $f(x + \pi)$ का मान है -

(A) $f(x) + 2f(\pi)$

(B) $f(x) + 2f\left(\frac{\pi}{2}\right)$

(C) $f(x) + 4f\left(\frac{\pi}{4}\right)$

(D) $2f(x)$

Ans. B

Sol.

$$f(x + \pi) = \int_0^{x+\pi} (2\cos^2 3t + 3\sin^2 3t) dt$$

$$= \int_0^x (2\cos^2 3t + 3\sin^2 3t) dt + \int_x^{x+\pi} (2\cos^2 3t + 3\sin^2 3t) dt$$

$$t = x + y$$

$$= f(x) + \int_0^{\pi} (2\cos^2 3y + 3\sin^2 3y) dy = f(x) + 2 \int_0^{\pi/2} (2\cos^2 3y + 3\sin^2 3y) dy = f(x) + 2f\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 10 questions Candidates have to attempt any 5 questions out of 10. If more than 5 questions are attempted, then only first 5 attempted questions will be evaluated.

The answer to each question is a Numerical Value.

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : -1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खंड में 10 प्रश्न हैं। उम्मीदवारों को 10 में से किसी भी 5 प्रश्न का प्रयास करना है। यदि 5 से अधिक प्रश्नों का प्रयास किया जाता है, तो केवल पहले 5 प्रश्नों का मूल्यांकन किया जाएगा।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान (Numerical Value) है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में, उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।)

प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

1. Let $f(x) = \frac{4^{x+1}}{4^{x+1} + 8}$, $a = \int_{f(\sin^2 5)}^{f(\cos^2 5)} f(u(1-u)) du$

and $b = \int_{f(\sin^2 5)}^{f(\cos^2 5)} f(u(1-u)) du$. Then $10 \frac{a}{b} =$

यदि $f(x) = \frac{4^{x+1}}{4^{x+1} + 8}$, $a = \int_{f(\sin^2 5)}^{f(\cos^2 5)} f(u(1-u)) du$

तथा $b = \int_{f(\sin^2 5)}^{f(\cos^2 5)} f(u(1-u)) du$ तो $10 \frac{a}{b} =$

Ans. 5

Sol. $f(x) = \frac{4^{x+1}}{4^{x+1} + 8} = \frac{4^x}{4^x + 2}$

$f(1-x) = \frac{4^{1-x}}{4^{1-x} + 2} = \frac{2}{4^x + 2}$

$\therefore f(x) + f(1-x) = 1 \Rightarrow f(\sin^2 5) + f(\cos^2 5) = 1$

$a = \int_{f(\sin^2 5)}^{f(\cos^2 5)} 4f(u(1-u)) du$

$a = \int_{f(\sin^2 5)}^{f(\cos^2 5)} (1-u)f((1-u)u) du = b - a$

$\Rightarrow 2a = b \Rightarrow a/b = 1/2$

2. Let $I_1 = \int_0^1 \cot^{-1}(1-x+x^2) dx$ and $I_2 = \int_0^1 \tan^{-1}x dx$.

Then I_1/I_2 :-

यदि $I_1 = \int_0^1 \cot^{-1}(1-x+x^2) dx$ तथा $I_2 = \int_0^1 \tan^{-1}x dx$
तो I_1/I_2 :-

Ans. 2

Sol. $I_1 = \int_0^1 \cot^{-1}(1-x+x^2) dx = \int_0^1 \tan^{-1} \frac{x-(x-1)}{1+x(x-1)} dx$
 $= \int_0^1 \tan^{-1}x dx - \int_0^1 \tan^{-1}(x-1) dx$
 $= \int_0^1 \tan^{-1}x dx - \int_0^1 \tan^{-1}(1-x-1) dx$
 $= \int_0^1 \tan^{-1}x dx + \int_0^1 \tan^{-1}x dx = 2 \int_0^1 \tan^{-1}x dx$
 $\Rightarrow I_1 = 2I_2$
 $\therefore I_1/I_2 = 2$

3. If the integral $\int_0^{10} \frac{[\sin 2\pi x]}{e^x - [x]} dx = \alpha e^{-1} + \beta e^{-\frac{1}{2}} + \gamma$;

where α, β, γ are integers and $[x]$ denotes the greatest integer less than or equal to x , then the value of $\alpha + \beta + \gamma$ is equal to :

यदि समाकलन $\int_0^{10} \frac{[\sin 2\pi x]}{e^x - [x]} dx = \alpha e^{-1} + \beta e^{-\frac{1}{2}} + \gamma$ है,

जहाँ α, β, γ पूर्णांक है तथा $[x]$ महत्तम पूर्णांक $\leq x$ है, तो $\alpha + \beta + \gamma$ का मान बराबर है :-

Ans. 0

Sol. Let, $I = \int_0^{10} \frac{[\sin 2\pi x]}{e^x - [x]} dx = \int_0^{10} \frac{[\sin 2\pi x]}{e^{\{x\}}} dx$

Function $f(x) = \frac{[\sin 2\pi x]}{e^{\{x\}}}$ is periodic with period '1'

Therefore,

$$I = 10 \int_0^1 \frac{[\sin 2\pi x]}{e^{\{x\}}} dx = 10 \int_0^1 \frac{[\sin 2\pi x]}{e^x} dx$$

$$= 10 \left(\int_0^{1/2} \frac{[\sin 2\pi x]}{e^x} dx + \int_{1/2}^1 \frac{[\sin 2\pi x]}{e^x} dx \right)$$

$$= 10 \left(0 + \int_{1/2}^1 \frac{(-1)}{e^x} dx \right) = -10 \int_{1/2}^1 e^{-x} dx$$

$$= 10 (e^{-1} - e^{-1/2})$$

Now,

$$10 \cdot e^{-1} - 10 \cdot e^{-1/2} = \alpha e^{-1} + \beta e^{-1/2} + \gamma \text{ (Given)}$$

$$\Rightarrow \alpha = 10, \beta = -10, \gamma = 0$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta + \gamma = 0$$

4. Let $\begin{vmatrix} x & 2 & x \\ x^2 & x & 6 \\ x & x & 6 \end{vmatrix} = Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E$. Then the value of $5A + 4B + 3C + 2D + E$ is equal to

माना $\begin{vmatrix} x & 2 & x \\ x^2 & x & 6 \\ x & x & 6 \end{vmatrix} = Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E$ है, तो $5A + 4B + 3C + 2D + E$ का मान होगा -

Ans. -11

Sol. Let the given determinant be equal to $\Delta(x)$. Then,

$$5A + 4B + 3C + 2D + E = \Delta(1) + \Delta'(1)$$

Now, $\Delta(1) = 0$ as R_2 and R_3 are identical.

$$\Delta'(x) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ x^2 & x & 6 \\ x & x & 6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & 2 & x \\ 2x & 1 & 0 \\ x & x & 6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & 2 & x \\ x^2 & x & 6 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\Delta'(1) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 6 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= -17 + (12 + 1 - 1 - 6) = -11$$

5. If $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ then $|A^{2015} - 5A^{2014}|$ is equal to:-

यदि $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ तो $|A^{2015} - 5A^{2014}|$ बराबर हैं :-

Ans. -6

Sol. $|A^{2015} - 5A^{2014}| = |A^{2014}(A - 5I)|$

$$\Rightarrow |A|^{2014} |A - 5I|$$

Now

$$A - 5I = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\therefore |A - 5I| = -6 \text{ \& } |A| = -1$$

$$\text{So } |A|^{2014} |A - 5I| = (-1)^{2014} (-6) = -6$$

6. If α, β, γ are the roots of the equation

$$6x^3 - 3(p+q+r)x - (p+q+r) = 0, \text{ then value of the determinant } \begin{vmatrix} \beta(\alpha + \gamma) + p & \alpha & \alpha\beta(\gamma + 1) \\ \gamma(\alpha + \beta) + q & \beta & \beta\gamma(\alpha + 1) \\ \alpha(\gamma + \beta) + r & \gamma & \gamma\alpha(\beta + 1) \end{vmatrix} \text{ is equal}$$

to :-

यदि α, β, γ समीकरण

$$6x^3 - 3(p+q+r)x - (p+q+r) = 0 \text{ के मूल है तो सारणिक } \begin{vmatrix} \beta(\alpha + \gamma) + p & \alpha & \alpha\beta(\gamma + 1) \\ \gamma(\alpha + \beta) + q & \beta & \beta\gamma(\alpha + 1) \\ \alpha(\gamma + \beta) + r & \gamma & \gamma\alpha(\beta + 1) \end{vmatrix} \text{ का मान है :-}$$

Ans. 0

7. The number of points on the line $3x + 4y = 5$, which are at a distance $\sqrt{2}$ unit from the point $(1, 3)$, is :-

रेखा $3x + 4y = 5$ पर कितने बिन्दु होंगे जिनकी बिन्दु $(1, 3)$ से दूरी $\sqrt{2}$ इकाई हो :-

Ans. 0

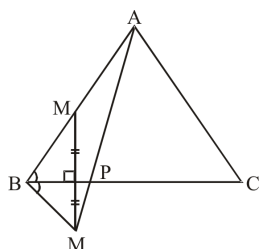
Sol. The perpendicular distance of $(1, 3)$ from the line, $3x + 4y = 5$ is 2 units while,

8. Let M be the mid-point of the side AB of the equilateral triangle ABC having side length 2 units. P is a point on BC such that 'AP + PM' is minimum. If the value of 'AP + PM' is \sqrt{b} then the value of 'b' is

माना M, समबाहु त्रिभुज ABC की भुजा AB का मध्य बिन्दु है जिसकी भुजा की लम्बाई 2 इकाई है। एक बिन्दु P भुजा BC पर इस प्रकार स्थित है कि 'AP + PM' न्यूनतम है। यदि 'AP + PM' का मान \sqrt{b} हो, तो 'b' का मान होगा

Ans. 7

Sol. Let M' be the image of M in the side BC.



So, $AP + PM = AP + PM' = AM'$

$AB = 2, BM' = BM = 1, \angle ABM' = 120^\circ$

So, $AM' = \sqrt{4 + 1 - 2 \times 2 \times 1 \times \cos 120^\circ} = \sqrt{7}$

9. If $f(0) = 1$, $f(2) = 3$, $f'(2) = 5$ and $f'(0)$ is finite, then $\int_0^1 x \cdot f''(2x) dx$ is equal to :

यदि $f(0) = 1$, $f(2) = 3$, $f'(2) = 5$ तथा $f'(0)$ परिमित है, तब $\int_0^1 x \cdot f''(2x) dx$ का मान है -

Ans. 2

Sol.

$$I = \int_0^1 \frac{x}{I} f'' \frac{(2x)}{II} dx = \left[\frac{x f'(2x)}{2} - \frac{f(2x)}{4} \right]_0^1$$

$$= \frac{f'(2)}{2} - \frac{f(2)}{4} + \frac{f(0)}{4} = \frac{5}{2} - \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 2$$

10. $\int_1^{2013} (x-1)(x-2)(x-3) \dots (x-2013) dx$ equals:-

$\int_1^{2013} (x-1)(x-2)(x-3) \dots (x-2013) dx$ बराबर है :-

Ans. 0

Sol.

$$I = \int_1^{2013} (x-1)(x-2)(x-3) \dots (x-2013) dx$$

Using $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(a+b-x) dx$

$$\Rightarrow 2I = 0 \quad \therefore I = 0$$

Note : In case of any correction in the test paper, please mail to dlpcorrections@allen.in within 2 days along with **Paper Code & Your Form No.**

(**नोट :** यदि इस प्रश्न पत्र में कोई Correction हो तो कृपया **Paper Code** एवं आपके **Form No.** एवं पूर्ण Test Details के साथ 2 दिन के अन्दर dlpcorrections@allen.in पर mail करें।)