



**DISTANCE LEARNING PROGRAMME**  
(Academic Session : 2023 - 2024)

JEE(Main)

TEST # 08

15-10-2023

## JEE(MAIN) : LEADER TEST SERIES / JOINT PACKAGE COURSE

Time : 3 Hours

12<sup>th</sup> Undergoing/Pass Students

Maximum Marks : 300

### Test Type : Unit Test # 06

READ THE INSTRUCTIONS CAREFULLY/ कृपया इन निर्देशों को ध्यान से पढ़ें

#### Important Instructions :

- Immediately fill in the form number on this page of the Test Booklet with Blue/Black Ball Point Pen. Use of pencil is strictly prohibited.
- The candidates should not write their Form Number anywhere else (except in the specified space) on the Test Booklet/Answer Sheet.
- The Test Booklet consists of 90 questions.
- There are **three** parts in the question paper 1,2,3 consisting of **Physics, Chemistry and Mathematics** having **30 questions** in each subject and each subject having **Two sections**.  
(i) Section-I contains 20 **multiple choice** questions with **only one correct** option.  
**Marking scheme** : +4 for correct answer, 0 if not attempted and -1 in all other cases.  
(ii) Section-II contains 10 **Numerical Value Type** questions. Attempt any 5 questions. First 5 attempted questions will be considered for marking.  
**Marking scheme** : +4 for correct answer, 0 if not attempted and -1 in all other cases.
- Use **Blue/Black Ball Point Pen only** for writing particulars/markings responses on **Side-1 and Side-2** of the Answer Sheet. **Use of pencil is strictly prohibited**.
- No candidate is allowed to carry any textual material, printed or written, bits of papers, mobile phone any electronic device etc, except the Identity Card inside the examination hall/room.
- Rough work is to be done on the space provided for this purpose in the Test Booklet only.
- On completion of the test, the candidate must hand over the Answer Sheet to the invigilator on duty in the Room/Hall. **However, the candidate are allowed to take away this Test Booklet with them.**
- Do not fold or make any stray marks on the Answer Sheet.**
- Take  $g = 10 \text{ m/s}^2$  unless otherwise stated.**

#### महत्वपूर्ण निर्देश :

- परीक्षा पुस्तिका के इस पृष्ठ पर आवश्यक विवरण नीले/काले बॉल पाइंट पेन से तत्काल भरें। पेन्सिल का प्रयोग बिल्कुल वर्जित है।
- परीक्षार्थी अपना फार्म नं. (निर्धारित जगह के अतिरिक्त) परीक्षा पुस्तिका/उत्तर पत्र पर कहीं और न लिखें।
- इस परीक्षा पुस्तिका में 90 प्रश्न हैं।
- इस परीक्षा पुस्तिका में तीन भाग 1, 2, 3 हैं, जिसके प्रत्येक भाग में **भौतिक विज्ञान, रसायन विज्ञान एवं गणित** के 30 प्रश्न हैं और प्रत्येक विषय में 2 खण्ड है।  
(i) खण्ड-I में 20 **बहुविकल्पीय** प्रश्न हैं। जिनके केवल एक विकल्प सही है।  
**अंक योजना** : +4 सही उत्तर के लिए, 0 प्रयास नहीं करने पर तथा -1 अन्य सभी अवस्थाओं में।  
(ii) खण्ड-II में 10 **संख्यात्मक मान प्रकार के प्रश्न** हैं। किन्हीं 5 प्रश्नों का उत्तर दीजिए। किये गये प्रश्नों में से केवल प्रथम पाँच प्रश्नों को ही अंक दिये जायेंगे।  
**अंक योजना** : +4 सही उत्तर के लिए, 0 प्रयास नहीं करने पर तथा -1 अन्य सभी अवस्थाओं में।
- उत्तर पत्र के पृष्ठ-1 एवं पृष्ठ-2 पर वांछित विवरण एवं उत्तर अंकित करने हेतु केवल नीले/काले बॉल पाइंट पेन का ही प्रयोग करें। पेन्सिल का प्रयोग सर्वथा वर्जित है।
- परीक्षार्थी द्वारा परीक्षा कक्ष/हॉल में परिचय पत्र के अलावा किसी भी प्रकार की पाठ्य सामग्री मुद्रित या हस्तलिखित कागज की पर्चियों, मोबाइल फोन या किसी भी प्रकार के इलेक्ट्रॉनिक उपकरणों या किसी अन्य प्रकार की सामग्री को ले जाने या उपयोग करने की अनुमति नहीं है।
- रफ कार्य परीक्षा पुस्तिका में केवल निर्धारित जगह पर ही कीजिये।
- परीक्षा समाप्त होने पर, परीक्षार्थी कक्ष/हॉल छोड़ने से पूर्व उत्तर पत्र कक्ष निरीक्षक को अवश्य सौंप दें। परीक्षार्थी अपने साथ इस परीक्षा पुस्तिका को ले जा सकते हैं।
- उत्तर पत्र को न मोड़ें एवं न ही उस पर अन्य निशान लगाएँ।
- $g = 10 \text{ m/s}^2$  प्रयुक्त करें, जब तक कि अन्य कोई मान नहीं दिया गया हो।

Name of the Candidate (in Capitals) \_\_\_\_\_

परीक्षार्थी का नाम (बड़े अक्षरों में) : \_\_\_\_\_

Form Number : in figures \_\_\_\_\_

फॉर्म नम्बर : अंकों में \_\_\_\_\_

: in words \_\_\_\_\_

: शब्दों में \_\_\_\_\_

Centre of Examination (in Capitals) : \_\_\_\_\_

परीक्षा केन्द्र (बड़े अक्षरों में) : \_\_\_\_\_

Candidate's Signature : \_\_\_\_\_ Invigilator's Signature : \_\_\_\_\_

परीक्षार्थी के हस्ताक्षर : \_\_\_\_\_

निरीक्षक के हस्ताक्षर : \_\_\_\_\_

## Your Target is to secure Good Rank in JEE(Main) 2024

ALLEN CAREER INSTITUTE Pvt. Ltd.

Registered &amp; Corporate Office : 'SANKALP', CP-6, Indra Vihar, Kota (Rajasthan) INDIA-324005

Ph. : +91-744-3556677, +91-744-2757575 | E-mail : dlp@allen.in | Website : www.dlp.allen.ac.in, dsat.allen.ac.in

DO NOT BREAK THE SEALS WITHOUT BEING INSTRUCTED TO DO SO BY THE INVIGILATOR/NIRIKSHAK KE BINI MUHUREN N TOIDE.

PART-1 : PHYSICS

भाग-1 : भौतिक विज्ञान

SECTION-I : (Maximum Marks: 80)

This section contains **20 questions**. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) **Only one option is correct**. For each question, marks will be awarded as follows:

Full Marks : +4 If correct answer is selected.

Zero Marks : 0 If none of the option is selected.

Negative Marks : -1 If wrong option is selected.

खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

इस खंड में **20 प्रश्न** हैं। प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) **केवल एक विकल्प सही** है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएंगे:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

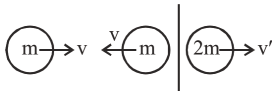
ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।

1. A body of mass 'm' moving with a constant velocity V hits another body of the same mass moving with the same velocity V but in the opposite direction and sticks to it. The velocity of the compound body after collision is :-

एक कण वेग V से दूसरे समान कण से टकराता है जो उसी वेग 'V' से विपरित दिशा में गति कर रहा है और टकराने के पश्चात् दोनों वस्तु चिपक जाती हैं, तो अन्तिम वेग ज्ञात कीजिये :-

- (A) V (B) 2V (C) V/2 (D) 0

Ans. D

Sol. 

$$mv - mv = 2mv'$$

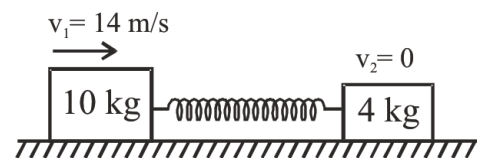
$$v' = 0$$

2. Two block of masses 10 kg and 4 kg are connected by a spring of negligible mass and placed on a frictionless horizontal surface. An impulse gives a velocity of 14 m/s to the heavier block in the direction of the lighter block. The velocity of the centre of mass is :-

10 kg एवं 4 kg द्रव्यमान के दो गुटके नगण्य द्रव्यमान की एक स्प्रिंग से जुड़े हैं तथा घर्षण रहित क्षैतिज सतह पर रखे हैं। यदि भारी द्रव्यमान को हल्के द्रव्यमान की ओर आवेग द्वारा 14 m/s का वेग दिया जाता है तो द्रव्यमान केन्द्र का वेग होगा :-

- (A) 30 m/s (B) 10 m/s  
(C) 20 m/s (D) 5 m/s

Ans. B

Sol. 

$$V_{cm} = \frac{10 \times 14 + 4 \times 0}{10 + 4} = \frac{10 \times 14}{14} = 10 \text{ m/s.}$$

3. A ball P of mass  $m$  moving with velocity  $u$  collides head on with another identical ball Q at rest. If the coefficient of restitution is  $e$ , then the ratio of velocities of P and Q after the collision is :-

$u$  वेग से गतिमान की एक गेंद P उसी जैसी विरामावस्था में रखी दूसरी गेंद से सीधे संघट्ट करती है यदि उपगमन गुणांक (coefficient of restitution)  $e$  है, तो संघट्ट के पश्चात् P तथा Q के वेगों की निष्पत्ति है :-

- (A)  $\frac{1+e}{1-e}$                       (B)  $\frac{1-e}{1+e}$                       (C)  $\frac{1+e}{2}$                       (D)  $\frac{1-e}{2}$

**Ans. B**

**Sol.** Momentum of the system remains conserved during the head on collision.

If  $v_1$  and  $v_2$  are the velocities of balls P<sub>2</sub> and Q, respectively, after the collision then from the momentum conservation principle,

$$mu = mv_1 + mv_2$$

$$u = v_1 + v_2 \quad \dots(i)$$

$$\text{or } e = \frac{\text{relative velocity after the collision}}{\text{relative velocity before the collision}}$$

$$= \frac{v_2 - v_1}{u_1 - u_2} = \frac{v_2 - v_1}{u} \quad (\because u_2 = 0 \text{ and } u_1 = u)$$

$$\therefore v_2 - v_1 = eu$$

$$\text{From eqs. (i) and (ii), we get } v_1 = \left(\frac{1-e}{2}\right)u$$

$$\text{and } v_2 = \left(\frac{1+e}{2}\right)u \quad \therefore \frac{v_1}{v_2} = \frac{1-e}{1+e}$$

4. Two bodies of masses 5 kg and 1 kg are moving with velocities  $2\hat{i} - 7\hat{j} + 3\hat{k}$  and  $-10\hat{i} + 35\hat{j} - 3\hat{k}$  m/s respectively. The velocity of the centre of mass of the two body system is :-

- (A) along z-axis                      (B) in the xy-plane                      (C) in the xyz space                      (D) in the yz-plane

5 kg तथा 1 kg द्रव्यमान के दो पिण्ड क्रमशः  $2\hat{i} - 7\hat{j} + 3\hat{k}$  तथा  $-10\hat{i} + 35\hat{j} - 3\hat{k}$  m/s वेगों से गतिमान है। द्वि-पिण्ड निकाय के द्रव्यमान केन्द्र का वेग है :-

- (A) z-अक्ष के अनुदिश                      (B) xy-तल में                      (C) xyz आकाश में                      (D) yz - तल में

**Ans. A**

**Sol.**  $\vec{v}_{CM} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$

$$= \frac{5(2\hat{i} - 7\hat{j} + 3\hat{k}) + 1(-10\hat{i} + 35\hat{j} - 3\hat{k})}{5 + 1} = 2\hat{k} \text{ m/s}$$

Thus, the centre of mass of the two-body system moves along the z-axis only.

5. A bomb of 50 kg is fired from a cannon with a velocity 600 m/s. If the mass of the cannon is  $10^3$  kg, then its velocity will be :-

एक तोप से 50 kg का गोला 600 m/s से दागा जाता है। यदि तोप का द्रव्यमान  $10^3$  kg हो तो इसका वेग होगा :-

- (A) 30 m/s                      (B) -30 m/s                      (C) 0.30 m/s                      (D) -0.30 m/s

**Ans. B**

**Sol.**  $0 = 50 \times 600 + 10^3 V_0$

$$V_0 = -30 \text{ m/s}$$

6. A rubber ball is dropped from a height of 5m on a planet where the acceleration due to a gravity is not known. On bouncing it rises to 1.8 m. The ball loses its velocity on bouncing by a factor of :-

एक रबड़ की गेंद किसी ग्रह पर उसकी सतह से 5 मीटर ऊँचाई से गिरायी जाती है। उस ग्रह पर गुरुत्वीय जनित त्वरण का मान ज्ञात नहीं है। ग्रह की सतह से उछलने के पश्चात् गेंद 1.8 मीटर ऊँचाई तक पहुँचती है। गेंद उछलने में अपने वेग का कितने गुना अंश खो देती है :-

- (A)  $\frac{16}{25}$                       (B)  $\frac{2}{5}$                       (C)  $\frac{3}{5}$                       (D)  $\frac{9}{2}$

**Ans. B**

**Sol.**  $\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} = \sqrt{\frac{1.8}{5}} = 0.6$   
 and  $1 - = \frac{v_2}{v_1} \quad 1 - 0.6 = 0.4$   
 $\therefore \frac{v_1 - v_2}{v_1} = 0.4 = \frac{2}{5}$

7. Two balls of equal mass have a head on collision with speed 6 m/s each. If the coefficient of restitution is  $\frac{1}{3}$ , find the speed of each ball after impact in m/s.

दो गेंदें, प्रत्येक का द्रव्यमान समान है सीधी प्रत्यास्थ टक्कर करती है। प्रत्येक गेंद की चाल 6 m/s है। यदि टक्कर प्रत्यावस्थान गुणांक  $\frac{1}{3}$  है तो टक्कर के पश्चात् प्रत्येक गेंद की चाल m/s में है -

- (A) 2                      (B) 3                      (C) 4                      (D) 6

**Ans. A**

**Sol.**  $\frac{1}{3} = \frac{V_2 - V_1}{6} \quad \dots(1)$   
 $0 = 6V_1 + 6V_2 \quad \dots(2)$   
 from (1) & (2)  
 $V_1 = V_2 = 2$

8. A ball approaches a moving wall of infinite mass with speed v along the normal to wall the speed of wall is u away from ball and  $u < v$ . The speed of ball after an elastic collision is :-

- (A)  $u + v$  away from wall                      (B)  $2u + v$  away from wall  
 (C)  $v - u$  towards the wall                      (D)  $v - 2u$  away from wall

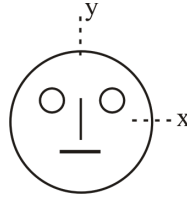
एक गेंद v चाल से अनन्त द्रव्यमान की गतिमान दीवार की ओर दीवार की अभिलम्ब पर आ रही है। दीवार की चाल u गेंद से दूर जाने की है,  $u < v$ । प्रत्यास्थ टक्कर के पश्चात् गेंद की चाल है :-

- (A)  $u + v$  दीवार से दूर                      (B)  $2u + v$  दीवार से दूर  
 (C)  $v - u$  दीवार की ओर                      (D)  $v - 2u$  दीवार से दूर

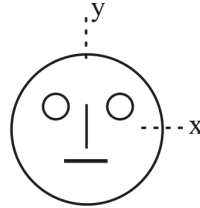
**Ans. D**

**Sol.**  $m_1 \approx 0 \quad m_2 = M$   
 $u_1 = v \quad u_2 = u$   
 $v_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} u_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} u_2$   
 $v_1 = \frac{0 - M}{0 + M} v + \frac{2M}{0 + M} u$   
 $v_1 = (2u - v) = -(v - 2u)$

9. Look at the drawing given in the figure which has been drawn with ink of uniform line-thickness. The mass of ink used to draw each of the two inner circles, and each of the two line segments is  $m$ . The mass of the ink used to draw the outer circle is  $6m$ . The coordinates of the centres of the different parts are: outer circle  $(0, 0)$ , left inner circle  $(-a, a)$ , right inner circle  $(a, a)$ , vertical line  $(0, 0)$  and horizontal line  $(0, -a)$ . The  $y$ -coordinate of the centre of mass of the ink in this drawing is



चित्र में दिये गये आरेख को देखिये जो कि एक समान मोटाई की रेखा वाली स्याही द्वारा बनाया गया है। स्याही का द्रव्यमान जो कि प्रत्येक दो आंतरिक वृत्तों को तथा प्रत्येक दो रेखाखण्डों को आरेखित करने में प्रयुक्त किया जाता है,  $m$  है। बाह्य वृत्त को आरेखित करने के लिये प्रयुक्त की गई स्याही का द्रव्यमान  $6m$  है। विभिन्न भागों के केन्द्रों के निर्देशांक है: बाह्य वृत्त  $(0,0)$ , बायां आन्तरिक वृत्त  $(-a, a)$ , दायां आन्तरिक वृत्त  $(a,a)$ , ऊर्ध्वाधर रेखा  $(0,0)$  तथा क्षैतिज रेखा  $(0,-a)$  इस आरेखण में प्रयुक्त स्याही के द्रव्यमान केन्द्र का  $y$  निर्देशांक है:-



- (A)  $\frac{a}{10}$                       (B)  $\frac{a}{8}$                       (C)  $\frac{a}{12}$                       (D)  $\frac{a}{3}$

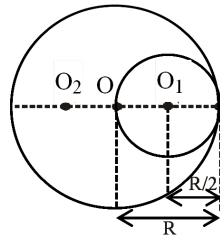
Ans. A

Sol. By symmetry  $x_{cm} = 0$

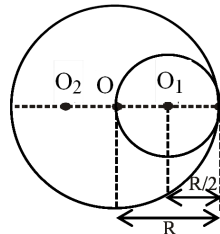
$$y_{cm} = 6mx_0 + mxa + mxa + \frac{mx_0 - mxa}{10m}$$

$$y_{cm} = \frac{a}{10}$$

10. A spherical hollow is made in a lead sphere of radius  $R$ , such that its surface touches the outside surface of lead sphere and passes through the centre. What is the shift in the centre of mass of lead sphere due to the following ?



सीसा धातु के  $R$  त्रिज्या के एक गोले में एक गोलाकार छिद्र इस प्रकार बनाते हैं कि इसकी सतह सीसा धातु के गोले की बाहरी सतह को छूती है तथा केन्द्र से होकर जाती है। खोखला करने पर गोले के द्रव्यमान केन्द्र में हुआ विस्थापन है?



- (A)  $R/7$                       (B)  $R/14$                       (C)  $R/2$                       (D)  $R$

Ans. B

Sol.  $r_{cm} = \frac{A_1 r_1 - A_2 r_2}{A_1 - A_2}$

11. Two concentric circular coils X and Y of radii 16 cm and 10 cm, respectively, lie in the same vertical plane containing the north to south direction. Coil X has 20 turns and carries a current of 16A ; coil Y has 25 turns and carries a current of 18 A. The sense of the current in X is anticlockwise, and clockwise in Y, for an observer looking at the coils facing west. Give the magnitude and direction of the net magnetic field due to the coils at their centre.

- (A)  $1.6 \times 10^{-3}$  T towards west  
 (B)  $1.6 \times 10^{-3}$  T towards East  
 (C)  $1.6 \times 10^{-5}$  T towards East  
 (D)  $1.6 \times 10^{-5}$  T towards west

दो समकेंद्रिक वृत्ताकार कुंडलियाँ X और Y जिनकी त्रिज्याएँ क्रमशः 16 cm एवं 10 cm हैं, उत्तर-दक्षिण दिशा में समान ऊर्ध्वाधर तल में अवस्थित हैं। कुंडली X में 20 फेरे हैं और इसमें 16 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है, कुंडली Y में 25 फेरे हैं और इसमें 18 A विद्युत धारा प्रवाहित हो रही है। पश्चिम की ओर मुख करके खड़ा एक प्रेक्षक देखता है कि X में धारा प्रवाह वामावर्त है जबकि Y में दक्षिणावर्त है। कुंडलियों के केंद्र पर, उनमें प्रवाहित विद्युत धाराओं के कारण उत्पन्न कुल चुंबकीय क्षेत्र का परिमाण एवं दिशा ज्ञात कीजिए।

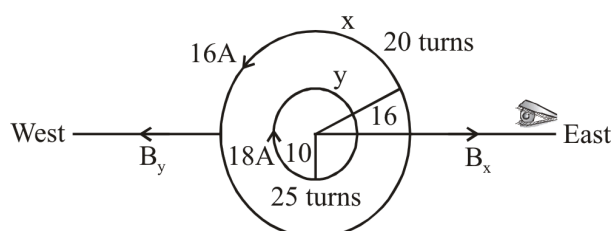
- (A)  $1.6 \times 10^{-3}$  T पश्चिम की ओर  
 (B)  $1.6 \times 10^{-3}$  T पूर्व की ओर  
 (C)  $1.6 \times 10^{-5}$  T पूर्व की ओर  
 (D)  $1.6 \times 10^{-5}$  T पश्चिम की ओर

**Ans. A**

**Sol.** 
$$B_x = \frac{\mu_0 N_x i_x}{2r_x}$$

$$= \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 20 \times 16}{2 \times 16 \times 10^{-2}}$$

$$= 4\pi \times 10^{-4} \text{ T, East}$$



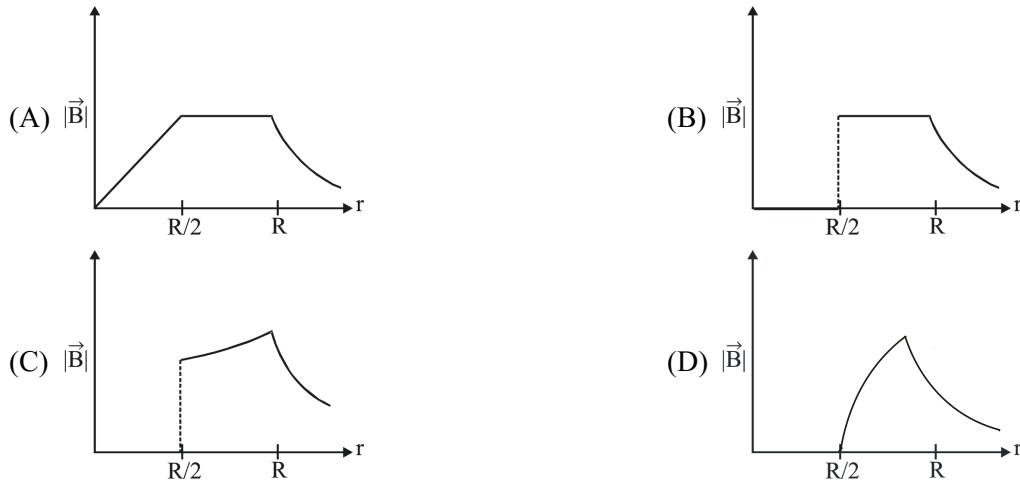
$$B_y = \frac{\mu_0 N_y i_y}{2r_y} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 25 \times 18}{2 \times 10 \times 10^{-2}}$$

$$= 9\pi \times 10^{-4} \text{ T, West}$$

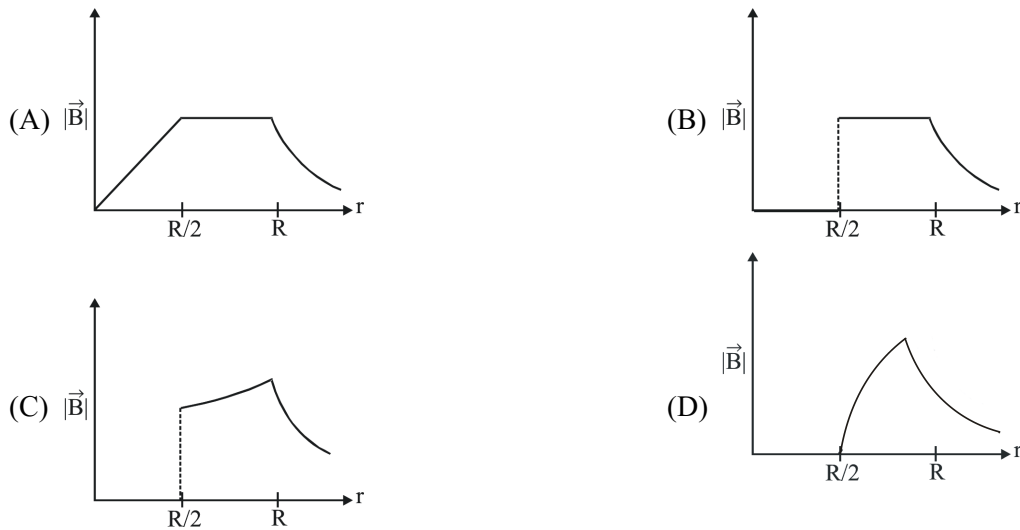
$$\therefore B = B_y - B_x = 5\pi \times 10^{-4} \text{ T,}$$

$$= 1.6 \times 10^{-3} \text{ T towards west.}$$

12. An infinitely long hollow conducting cylinder with inner radius  $R/2$  and outer radius  $R$  carries a uniform current density along its length. The magnitude of the magnetic field,  $|\vec{B}|$  as a function of the radial distance  $r$  from the axis is best represented by :-



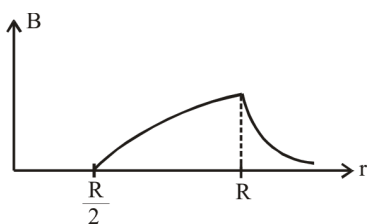
एक असीमित लम्बाई के खोखले (hollow) चालक-बेलन की आंतरिक-त्रिज्या  $R/2$  और बाहरी-त्रिज्या  $R$  है। इसकी लम्बाई की दिशा में एकसमान धारा-घनत्व है। इसके चुम्बकीय-क्षेत्र का मान  $|\vec{B}|$  अक्ष से त्रिज्यीय दूरी  $r$  के साथ जिस प्रकार बदलता है उसका सर्वोत्तम वर्णन किस ग्राफ में है?



Ans. D

Sol.  $r < \frac{R}{2}$ ,  $B = 0$   
 $r > R$ ,  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$

$$\left[ \frac{r^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2}{R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2} \right]$$



13. An electron having kinetic energy  $T$  is moving in a circular orbit of radius  $R$  perpendicular to a uniform magnetic induction  $\vec{B}$ . If kinetic energy is doubled and magnetic induction tripled, the radius will become
- (A)  $\frac{3R}{2}$                       (B)  $\sqrt{\frac{3}{2}}R$                       (C)  $\sqrt{\frac{2}{9}}R$                       (D)  $\sqrt{\frac{2}{3}}R$

गतिज ऊर्जा  $T$  वाला एक इलेक्ट्रॉन समरूप चुम्बकीय क्षेत्र  $\vec{B}$  के लम्बवत् त्रिज्या  $R$  वाली वृत्ताकार कक्षा में गतिशील है। यदि गतिज ऊर्जा को दुगुना तथा चुम्बकीय क्षेत्र को तीन गुना कर दे तो त्रिज्या हो जाएगी

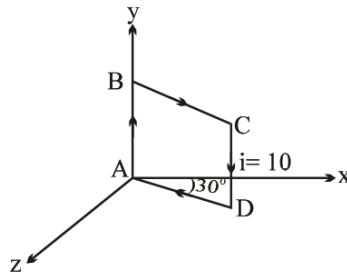
- (A)  $\frac{3R}{2}$                       (B)  $\sqrt{\frac{3}{2}}R$                       (C)  $\sqrt{\frac{2}{9}}R$                       (D)  $\sqrt{\frac{2}{3}}R$

Ans. C

Sol.  $R = \frac{\sqrt{2mk}}{qB}$

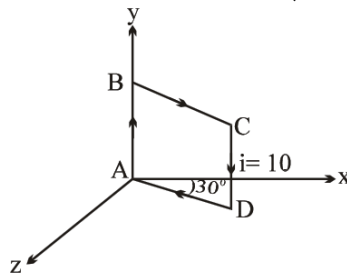
$$R' = \frac{\sqrt{2m(2k)}}{q(3B)} = \left(\sqrt{\frac{2}{9}}\right) R$$

14. Figure shows a square current carrying loop ABCD of side 10 cm and current  $i = 10A$ . The magnetic moment  $\vec{M}$  of the loop is



- (A)  $(0.05) (\hat{i} - \sqrt{3}\hat{k}) A - m^2$                       (B)  $(0.05) (\hat{j} + \hat{k}) A - m^2$
- (C)  $(0.05) (\sqrt{3}\hat{i} + \hat{k}) A - m^2$                       (D)  $(\hat{i} + \hat{k}) A - m^2$

10 cm भुजा वाले वर्गाकार लूप ABCD में प्रवाहित धारा का मान 10 A है। लूप के चुम्बकीय आघूर्ण  $\vec{M}$  का मान होगा-



- (A)  $(0.05) (\hat{i} - \sqrt{3}\hat{k}) A - m^2$                       (B)  $(0.05) (\hat{j} + \hat{k}) A - m^2$
- (C)  $(0.05) (\sqrt{3}\hat{i} + \hat{k}) A - m^2$                       (D)  $(\hat{i} + \hat{k}) A - m^2$

Ans. A

Sol.  $\vec{M} = i\vec{A}$

15. A long hollow cylindrical wire carries a current I, having inner and outer radii 'R' and 2R respectively. Magnetic field at a point which 3R/2 distance away from its axis is :-

एक लम्बे खोखले बेलनाकार तार में I धारा प्रवाहित है, जिसकी आन्तरिक व बाह्य त्रिज्या क्रमशः 'R' तथा 2R है तो इसकी अक्ष से 3R/2 दूरी पर स्थित बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र होगा :-

- (A)  $\frac{5\mu_0 I}{18\pi R}$                       (B)  $\frac{\mu_0 I}{36\pi R}$                       (C)  $\frac{5\mu_0 I}{36\pi R}$                       (D)  $\frac{5\mu_0 I}{9\pi R}$

Ans. C

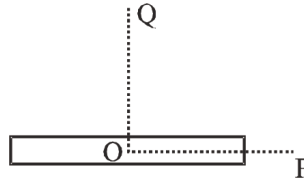
Sol.  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 i$

$$B \cdot 2\pi \left(\frac{3R}{2}\right) = \frac{\mu_0 I \times \left[\pi \left(\left(\frac{3R}{2}\right)^2 - \pi R^2\right)\right]}{\pi [(2R)^2 - R^2]}$$

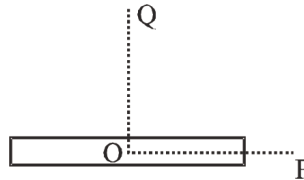
$$B \cdot 3\pi R = \frac{\mu_0 I}{3} \times \frac{5}{4}$$

$$B = \frac{5\mu_0 I}{36\pi R}$$

16. When magnetic field at P and Q is same then OP/OQ = ?



जब P व Q पर चुम्बकीय क्षेत्र समान हो तो OP/OQ = ?



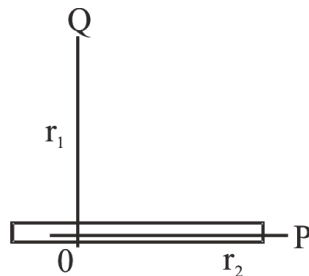
- (A)  $\sqrt[3]{2}$                       (B)  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$                       (C)  $2\sqrt{2}$                       (D)  $\frac{3}{2\sqrt{2}}$

Ans. A

Sol.  $B_1 = \frac{\mu_0 M}{4\pi r_1^3}$

$$B_2 = \frac{2\mu_0 M}{4\pi r_2^3}$$

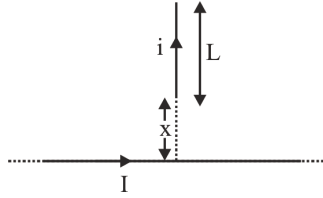
According to question



$$B_1 = B_2$$

$$\frac{r_1}{r_2} = (2)^{1/3}$$

17. The magnetic force between wires as shown in figure is :-



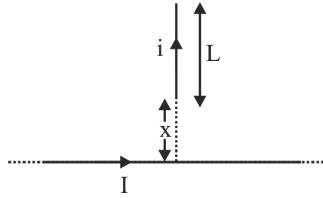
(A)  $\frac{\mu_0 i I^2}{2\pi} \ln\left(\frac{x + \ell}{2x}\right)$

(B)  $\frac{\mu_0 i I^2}{2\pi} \ln\left(\frac{2x + \ell}{2x}\right)$

(C)  $\frac{\mu_0 i I}{2\pi} \ln\left(\frac{x + \ell}{x}\right)$

(D) None of these

चित्र में दर्शाये गये तारों के बीच चुम्बकीय बल होगा :-



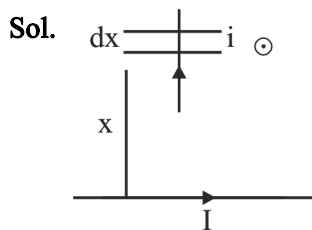
(A)  $\frac{\mu_0 i I^2}{2\pi} \ln\left(\frac{x + \ell}{2x}\right)$

(B)  $\frac{\mu_0 i I^2}{2\pi} \ln\left(\frac{2x + \ell}{2x}\right)$

(C)  $\frac{\mu_0 i I}{2\pi} \ln\left(\frac{x + \ell}{x}\right)$

(D) इनमें से कोई नहीं

Ans. C



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Force on element dr

$$dF = B i dr$$

$$F = \int dF = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_x^{x+L} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 i I}{2\pi} \ln\left(\frac{x + L}{x}\right)$$

18. Two parallel wires in the plane of the paper are distance  $X_0$  apart. A point charge is moving with speed  $u$  between the wires in the same plane at a distance  $X_1$  from one of the wires. When the wires carry current of magnitude  $I$  in the same direction, the radius of curvature of the path of the point charge is  $R_1$ . In contrast, if the currents  $I$  in the two wires have directions opposite to each other, the radius of curvature of the path is  $R_2$ .

If  $\frac{X_0}{X_1} = 3$ , then value of  $\frac{R_1}{R_2}$  is:-

दो समान्तर तार कागज के तल में एक दूसरे से  $X_0$  दूरी पर हैं। दोनों तारों के बीच एक बिन्दु आवेश, जो उसी तल में है तथा एक तार से  $X_1$  दूरी पर है, चाल  $u$  से गतिमान है। जब तारों में परिमाण  $I$  की विद्युत धारा एक ही दिशा में प्रवाहित की जाती है, बिन्दु आवेश के पथ की वक्रता त्रिज्या  $R_1$  है। इसके विपरीत, यदि दोनों तारों में धारा  $I$  की दिशा एक दूसरे के विपरीत हो, तब पथ की वक्रता त्रिज्या  $R_2$  है। यदि

$\frac{X_0}{X_1} = 3$ , तब  $\frac{R_1}{R_2}$  का मान है :

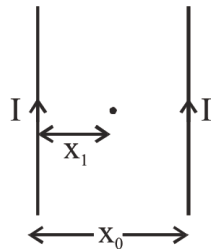
- (A) 1 (B) 2  
(C) 3 (D) 4

Ans. C

Sol.

$$x_1 = \frac{x_0}{3}$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I(3)}{2\pi x_0} - \frac{\mu_0 I(3)}{2\pi(2x_0)}$$



$$= \frac{3\mu_0 I}{4\pi x_0}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I(3)}{2\pi x_0} + \frac{\mu_0 I(3)}{2\pi(2x_0)} = \frac{9\mu_0 I}{2\pi x_0}$$

$$R = \frac{mu}{qB}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{B_2}{B_1} = 3$$

19. A steady current  $I$  goes through a wire loop PQR having shape of a right angle triangle with  $PQ = 3x$ ,  $PR = 4x$  and  $QR = 5x$ . If the magnitude of the magnetic field at P due to this loop is  $k \left( \frac{\mu_0 I}{48\pi x} \right)$ . The value of  $k$  will be :-

एक स्थिर विद्युत धारा  $I$  समकोण त्रिभुजाकार लूप में प्रवाहित हो रही है। इस त्रिभुज की भुजाओं की लम्बाई क्रमशः  $PQ = 3x$ ,  $PR = 4x$  तथा  $QR = 5x$  हैं। बिन्दु P पर लूप से उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र का मान  $k \left( \frac{\mu_0 I}{48\pi x} \right)$  हैं।  $k$  का मान होगा :-

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 5

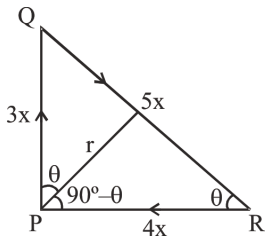
Ans. A

Sol.

At P, No

magnetic field due to

PR, PQ



$$\therefore B_P = B_{QR}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi r} [\sin \theta + \sin (90^\circ - \theta)]$$

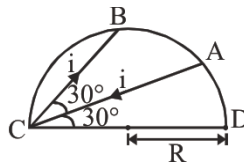
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi r} \frac{(\sin \theta + \cos \theta)}{(4x \sin \theta)}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{16\pi r} [1 + \cot \theta]$$

$$= \frac{\mu_0 I}{16\pi r} \left[ 1 + \frac{4}{3} \right]$$

$$= \frac{7\mu_0 I}{48\pi x}$$

20. A current carrying wire is placed in the grooves of an insulating semi circular disc of radius 'R', as shown. The current enters at point A and leaves from point B. Determine the magnetic field at point D :-



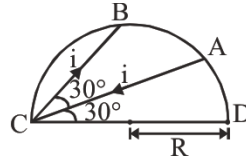
(A)  $\frac{\mu_0 I}{8\pi R\sqrt{3}}$

(B)  $\frac{\mu_0 I}{4\pi R\sqrt{3}}$

(C)  $\frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{4\pi R}$

(D) None of these

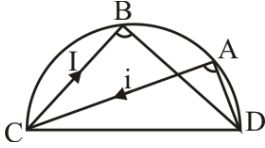
एक धारावाही तार को एक 'R' त्रिज्या की कुचालक वृत्ताकार चकती के अन्दर दिखाए अनुसार रखा जाता है। धारा बिन्दु A से प्रवेश करती है तथा B से निर्गत होती है। बिन्दु D पर चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात करो :-



- (A)  $\frac{\mu_0 I}{8\pi R\sqrt{3}}$   
 (B)  $\frac{\mu_0 I}{4\pi R\sqrt{3}}$   
 (C)  $\frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{4\pi R}$   
 (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. B

Sol.



$$B_1 = \frac{\mu_0 i}{4\pi(2R \sin 30^\circ)} [\sin 60^\circ] = \frac{\sqrt{3}\mu_0 i}{8\pi R} \odot$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 i}{4\pi(2R \sin 60^\circ)} [\sin 30^\circ] = \frac{\mu_0 i}{8\pi R\sqrt{3}} \otimes$$

$$B_{\text{net}} = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0 i}{4\sqrt{3}\pi R}$$

SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 10 questions Candidates have to attempt any 5 questions out of 10. If more than 5 questions are attempted, then only first 5 attempted questions will be evaluated.

The answer to each question is a Numerical Value.

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : -1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खंड में 10 प्रश्न हैं। उम्मीदवारों को 10 में से किसी भी 5 प्रश्न का प्रयास करना है। यदि 5 से अधिक प्रश्नों का प्रयास किया जाता है, तो केवल पहले 5 प्रश्नों का मूल्यांकन किया जाएगा।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान (Numerical Value) है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में, उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।)

प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

1. A moving body of mass  $m$  and velocity  $3\text{km/h}$  collides with a rest body of mass  $2m$  and sticks to it. Now the combined mass starts to move. What will be the combined velocity ?

$m$  द्रव्यमान वाली  $3\text{km/h}$  वेग से गतिमान वस्तु विराम में स्थित  $2m$  द्रव्यमान की वस्तु से टकरा कर इससे चिपक जाती है। अब संयुक्त द्रव्यमान गति करने लगता है, तो संयुक्त द्रव्यमान का वेग होगा ?

**Ans. 1**

**Sol.** Applying Momentum Conservation Law  $\rightarrow 3m = 3mV$

$$V = 1$$

2. A heavy vehicle moving with velocity  $15\text{ m/s}$  strikes an object of very small mass at rest head on elastically. Velocity of object after collision is:- (in  $\text{m/s}$ )

$15\text{ m/s}$  वेग से गतिशील एक भारी वाहन विराम में स्थित अत्यन्त छोटे द्रव्यमान की एक वस्तु से सम्मुख प्रत्यास्थ टक्कर करता है। टक्कर के बाद वस्तु का वेग है :- ( $\text{m/s}$  में)

**Ans. 30**

**Sol.** Given that  $U_2 = 0, m_1 \gg m_2$

As we know that

$$V_2 = \frac{2m_1u_1}{m_1 + m_2} + \frac{(m_2 - m_1)U_2}{m_1 + m_2}$$

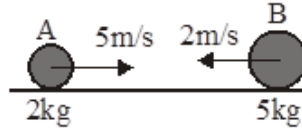
$$V_2 = \frac{2m_1u_1}{m_1 + m_2} + \frac{(m_2 - m_1)U_2}{m_1 + m_2}$$

$$V_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \times 15 + 0$$

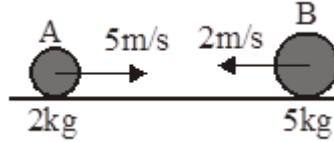
$$V_2 = \frac{2m_1 / m_2}{\frac{m_1}{m_1} + \frac{m_2}{m_1}} = \frac{30}{1 + 0} \left( \frac{m_2}{m_1} \approx 0 \because m_1 \gg m_2 \right)$$

$$v_2 = 30\text{ m/s}$$

3. Velocity of the ball A after collision with the ball B as shown in the figure is (Assume perfectly inelastic and head-on-collision) :- (in m/s)



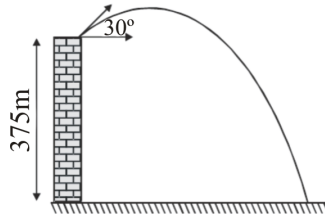
चित्र में दर्शाए अनुसार गेंद B से टक्कर के बाद गेंद A का वेग (पूर्ण अप्रत्यास्थ सम्मुख टक्कर में) है :- (m/s में)



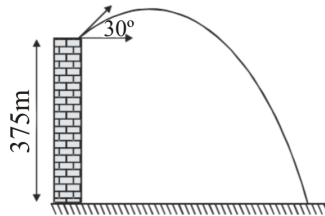
Ans. 0

Sol.  $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}$   
 $2 \times 5 - 5 \times 2 = 7\vec{v} \Rightarrow \boxed{\vec{v} = 0}$

4. A particle of mass 1 kg is projected from a tower of height 375m with initial velocity  $100 \text{ ms}^{-1}$  at an angle  $30^\circ$  with the horizontal. Find out its kinetic energy in joule just after collision with ground if collision is inelastic with  $e = \frac{1}{2}$  ( $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ ) (in Joule)



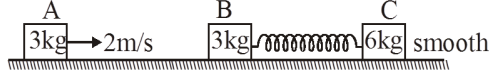
1 kg द्रव्यमान के एक कण को क्षैतिज के साथ  $30^\circ$  कोण पर प्रारम्भिक वेग  $100 \text{ ms}^{-1}$  से 375m ऊँचाई से प्रक्षेपित किया जाता है। धरातल से टकराने के ठीक बाद इसको गतिज ऊर्जा (जूल में) होगी। यदि टक्कर अप्रत्यास्थ हो  $e = \frac{1}{2}$  ( $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ ) (जूल में)



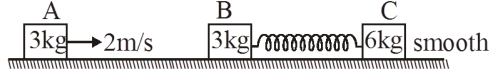
Ans. 5000

Sol.  $v_y^2 = u_y^2 + 2gh$   
 $\Rightarrow v_y = \sqrt{(50)^2 + 2 \times 10 \times 375} = 100 \text{ ms}^{-1}$   
 Horizontal velocity just after collision  
 $= 50\sqrt{3} \text{ ms}^{-1}$   
 Vertical velocity just after collision  
 $= 100 \times \frac{1}{2} = 50 \text{ ms}^{-1}$   
 Kinetic energy just after collision  
 $= \frac{1}{2} \times 1 \times [(50\sqrt{3})^2 + (50)^2] = 5000 \text{ J}$

5. For shown situation, if collision between block A and B is perfectly elastic, then find the maximum energy stored in spring in joules.



प्रदर्शित स्थिति में यदि A व B ब्लॉक के मध्य टक्कर पूर्णतया प्रत्यास्थ है तो स्प्रिंग में संग्रहित अधिकतम ऊर्जा (जूल में) होगी-



**Ans. 4**

**Sol.** At maximum compression of spring, velocities of block B and C are same (say  $v_0$ ) then by conservation of linear momentum

$$3(2) = (3+6)v_0 \Rightarrow v_0 = \frac{2}{3} \text{ m/s}$$

At this instant energy stored in spring

$$= \frac{1}{2}(3)(2)^2 - \frac{1}{2}(3+6) \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 6 - 2 = 4 \text{ J}$$

6. A conducting rod of 1 m length and 1 kg mass is suspended by two vertical wires through its ends. An external magnetic field of 2T is applied normal to the rod. Now, the current to be passed through the rod so as to make the tension in the wires zero is : (Take  $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ ) :-

1 मीटर लम्बाई एवं 1 किग्रा द्रव्यमान की एक चालकीय छड़, अपने दो सिरों से दो ऊर्ध्वाधर तारों के द्वारा लटकायी गयी है। 2 टेस्ला का एक बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र छड़ के लम्बवत् लगाया गया है। अब छड़ में कितनी धारा प्रवाहित की जाये, कि तारों में तनाव शून्य हो जाये ( $g = 10 \text{ मी/से}^2$ ) :-

**Ans. 5**

**Sol.** Magnetic force on rod =  $BI\ell$

Weight of the rod =  $mg$

For no tension in wire,  $BI\ell = mg$

$$\text{or } I = \frac{mg}{Bl} = \frac{1 \times 10}{2 \times 1} = 5 \text{ A}$$

7. A circular disk of radius R with uniform charge density  $\sigma$  rotates with an angular speed  $\omega$ . Show that the magnetic field at the center of the disk is  $B = R \mu_0 \sigma \omega / n$ . Fill n in the OMR sheet.

एकसमान आवेश घनत्व  $\sigma$  वाली R त्रिज्या की एक वृत्ताकार चकती  $\omega$  कोणीय चाल से घूर्णन करती है। दर्शाइये कि चकती के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र  $B = R \mu_0 \sigma \omega / n$  है। OMR शीट में n भरिये।

**Ans. 2**

$$\begin{aligned} \text{Sol. } di &= \frac{\mu_0}{2} = \frac{dq\omega}{2\pi} = \frac{\sigma \times 2\pi x dx \omega}{2\pi} \\ \int dB &= \int \frac{\mu_0 di}{2x} \\ B &= \frac{\mu_0}{2} \int_0^R \frac{\sigma x dx \omega}{x} = \frac{\mu_0 \sigma R \omega}{2} \end{aligned}$$

8. A tightly-wound, long solenoid carries a current of 2.00 A. An electron is found to execute a uniform circular motion inside the solenoid with a frequency of  $1.00 \times 10^8$  rev/s. The number of turns per metre in the solenoid is  $1.4 \times 10^x$  then x is :

एक कसकर लपेटी हुई लम्बी परिनलिका में 2.00 A धारा प्रवाहित हो रही है। परिनलिका के अन्दर एक इलेक्ट्रॉन  $1.00 \times 10^8$  चक्कर/सेकण्ड की आवृत्ति से एक समान वृत्तीय गति करता हुआ पाया जाता है। परिनलिका में प्रति मीटर फेरों की संख्या  $1.4 \times 10^x$  है तो x होगा।

Ans. 3

Sol.

$$f = \frac{eB}{2\pi m}$$

$$f = \frac{e(\mu_0 ni)}{2\pi m}$$

$$n = \frac{2\pi mf}{e\mu_0 i}$$

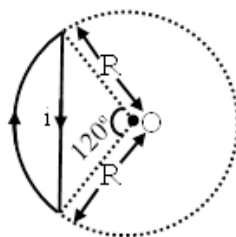
9. A short magnet of moment  $6.75 \text{ A-m}^2$  produces neutral points on its axis. If the horizontal component of earth's magnetic field  $5 \times 10^{-5} \text{ Wb/m}^2$ , then the distance of the neutral points from the centre of magnet (cm):-

एक  $6.75 \text{ एम्पीयर-मी}^2$  चुम्बकीय आघूर्ण का एक छोटा छड़ चुम्बक इसके अक्ष पर उदासीन बिन्दु उत्पन्न करता है। यदि पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का क्षैतिज घटक  $5 \times 10^{-5} \text{ वेबर/मी}^2$  तो उदासीन बिन्दुओं की चुम्बक के केन्द्र से दूरी होगी (cm):-

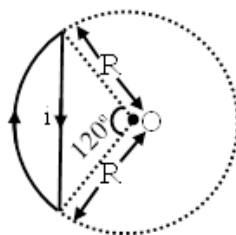
Ans. 30

Sol.  $B_H = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2M}{r^3}$

10. Net magnetic field at the centre O of circle due to current carrying loop as shown in figure is  $\frac{\mu_0 i(x\sqrt{x} - \pi)}{2x\pi R}$  where x is



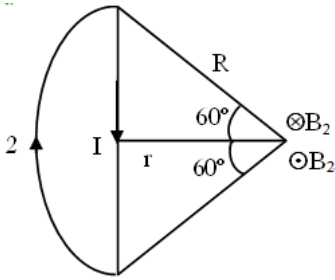
दिये गये चित्र में धारावाही लूप के कारण वृत्त के केन्द्र O पर कुल चुम्बकीय क्षेत्र  $\frac{\mu_0 i(x\sqrt{x} - \pi)}{2x\pi R}$  जहाँ x है।



Ans. 3

Sol.

$$r = R \cos 60^\circ$$



$$B_{\text{net}} = B_1 - B_2$$

$$= \frac{\mu_0 i}{4\pi r} (\sin \alpha + \sin \beta) - \frac{\mu_0 i}{2r} \left( \frac{\theta}{2\pi} \right)$$

$$= \frac{\mu_0 i (\sin 60^\circ + \sin 60^\circ)}{4\pi R \cos 60^\circ} - \frac{\mu_0 i}{2R} \left( \frac{2\pi/3}{2\pi} \right)$$

$$= \frac{\mu_0 i \sqrt{3}}{2\pi R} - \frac{\mu_0 i}{6R}$$

$$= \frac{\mu_0 i}{6\pi R} (3\sqrt{3} - \pi)$$

PART-2 : CHEMISTRY

भाग-2 : रसायन विज्ञान

SECTION-I : (Maximum Marks: 80)

This section contains 20 questions. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) **Only one option is correct.** For each question, marks will be awarded as follows:

Full Marks : +4 If correct answer is selected.

Zero Marks : 0 If none of the option is selected.

Negative Marks : -1 If wrong option is selected.

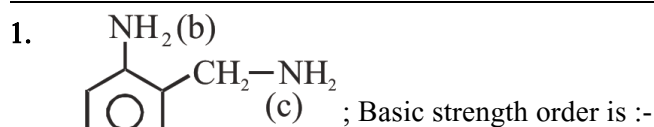
खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

इस खंड में 20 प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) केवल एक विकल्प सही है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएंगे:

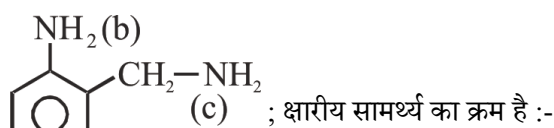
पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।



(a)



(a)

(A)  $c > a > b$

(B)  $b > a > c$

(C)  $a > b > c$

(D)  $c > b > a$

Ans. A

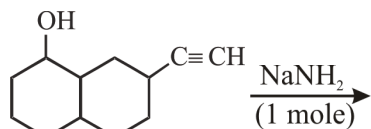
Sol. (a)  $\rightarrow$  lp localised (EN  $\uparrow$  BS  $\downarrow$ )

(b)  $\rightarrow$  lp de-localised

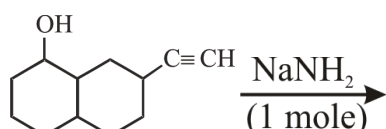
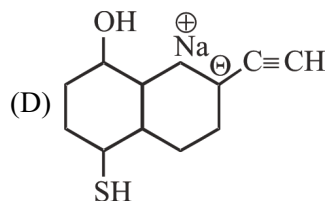
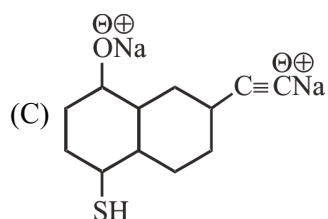
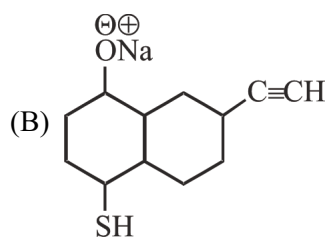
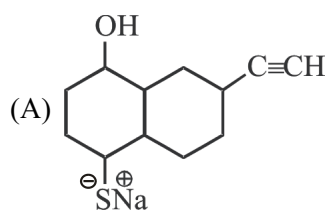
(c)  $\rightarrow$  lp localised

$\therefore$  (c) > (a) > (b)

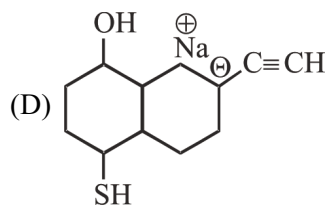
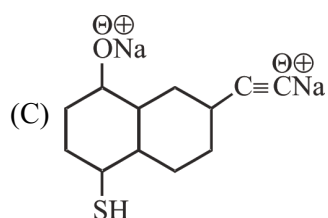
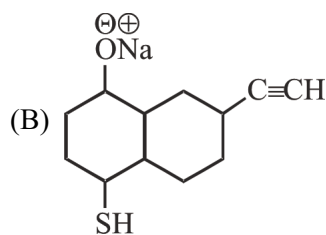
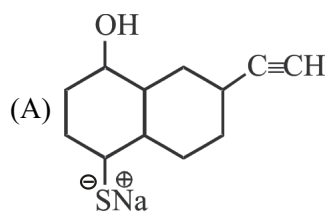
2.



(A); Product (A) is :-

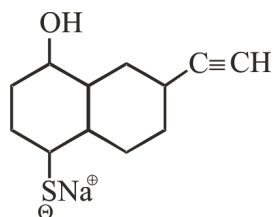
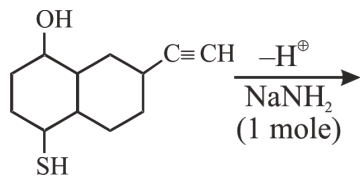


(A); उत्पाद (A) है :-



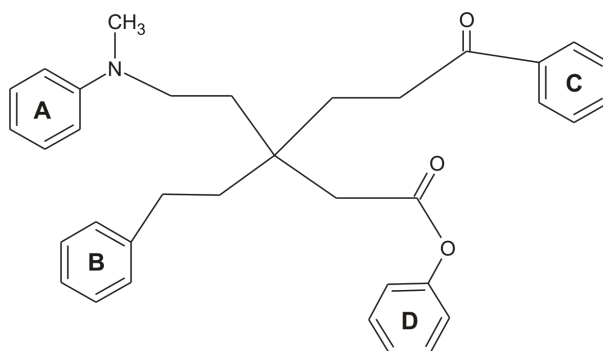
Ans. A

Sol. Removal of most acidic H takes place, according to size factor, Acidic strength  $\mu$  size.

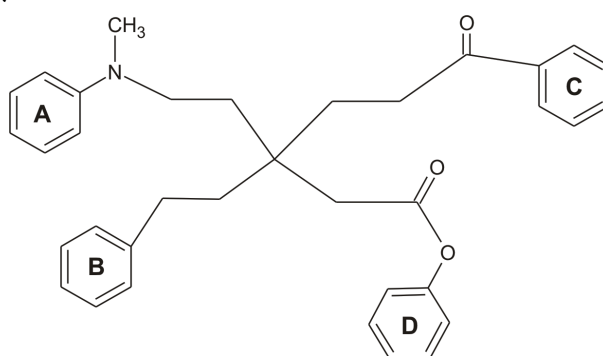


3. The following compound has four aromatic rings marked as A,B,C and D. Rank them in terms of increasing reactivity towards electrophilic aromatic substitution?

Compound is



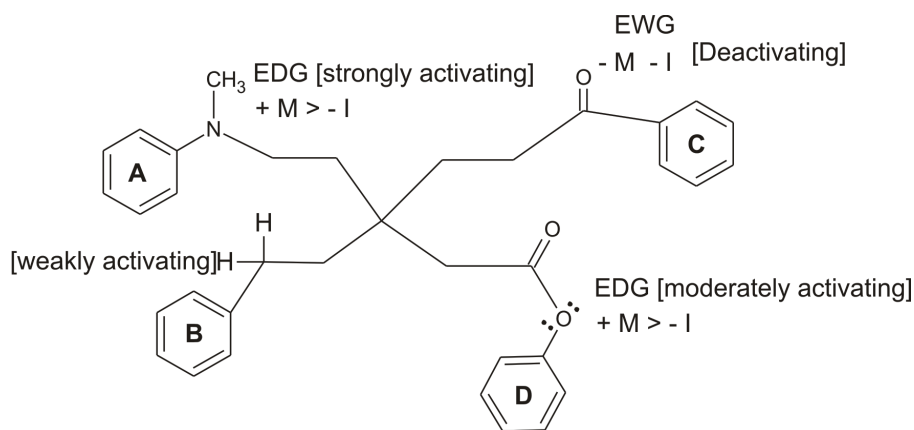
निम्न यौगिक में चार एरोमैटिक वलय A,B,C तथा D के द्वारा दर्शायी गई है। इन्हें इलेक्ट्रॉन स्नेही एरोमैटिक प्रतिस्थापन अभिक्रिया के प्रति बढ़ते हुए क्रम में वरीयता दीजिए-



- (A)  $C < D < A < B$       (B)  $C < B < D < A$       (C)  $C < B < A < D$       (D)  $B < C < D < A$

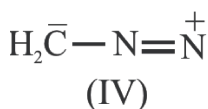
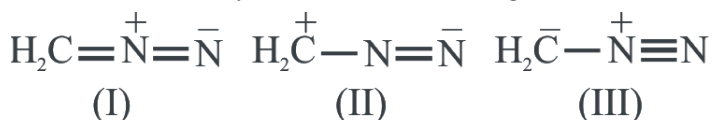
Ans. B

Sol.

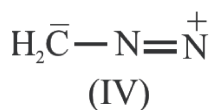
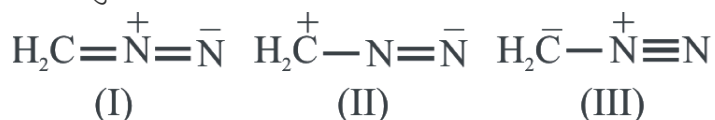


Rate of EAS  $C < B < D < A$

4. The correct stability order of the following resonance structures is :-



निम्न अनुनादी संरचनाओं का सही स्थायित्व क्रम है :-



- (A) I > II > IV > III      (B) I > III > II > IV      (C) II > I > III > IV      (D) III > I > IV > II

Ans. B

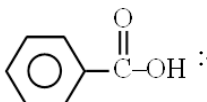
Sol.

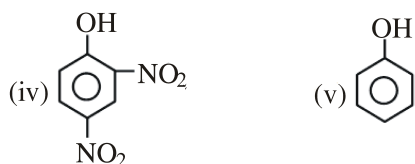
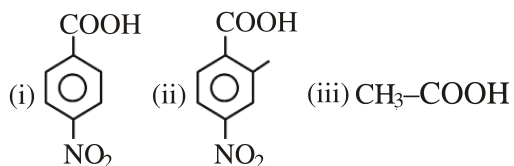
I ⇒ Octet complete (Negative charge on nitrogen)

II ⇒ Incomplete octet (Negative charge on nitrogen)

III ⇒ complete octet (Negative charge on carbon)

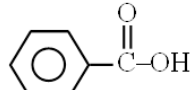
IV ⇒ Incomplete octet (Positive charge on nitrogen) I > III > II > IV

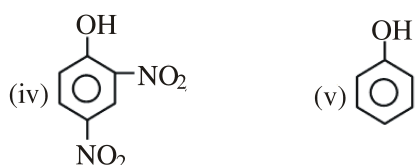
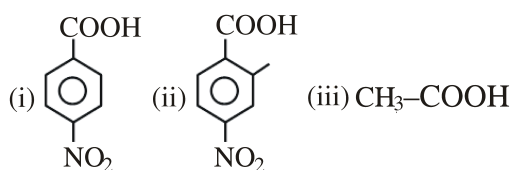
5. Number of compounds which are more acidic than  :-



(vi) H-COOH

- (A) 4      (B) 5      (C) 2      (D) 3

यौगिकों की संख्या कितनी होगी जो  से अधिक अम्लीय होंगे :-



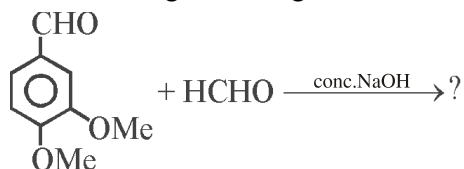
(vi) H-COOH

- (A) 4      (B) 5      (C) 2      (D) 3

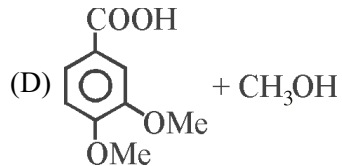
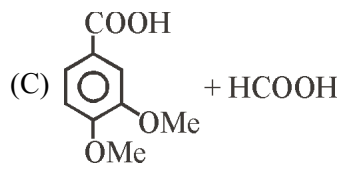
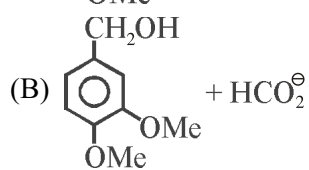
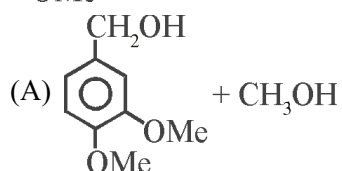
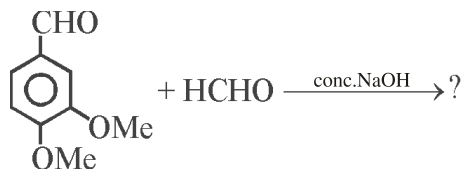
Ans. D

Sol. i, ii, vi

6. The following reaction gives :



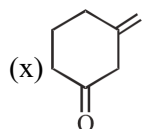
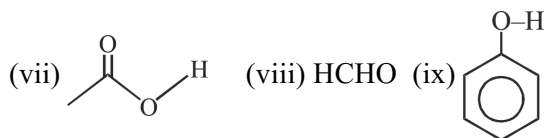
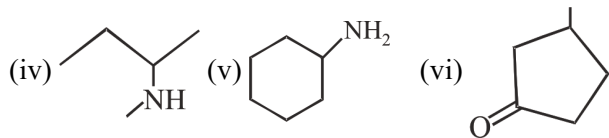
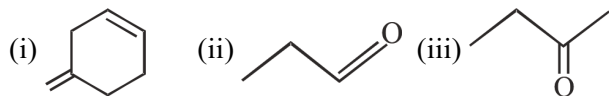
निम्न अभिक्रिया का उत्पाद :



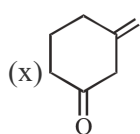
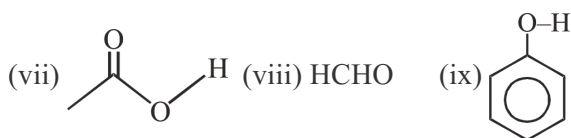
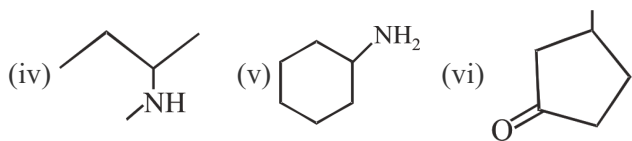
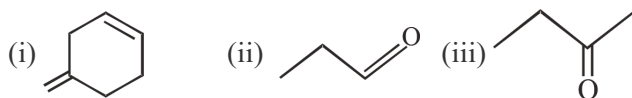
**Ans. B**

**Sol.** Cannizzaro reaction

7. The compound among following which can give 2,4-DNP test (2,4-dinitrophenylhydrazine test)



निम्न में से वह यौगिक जो 2,4-DNP परीक्षण (2,4-डाईनाइट्रोफनिलहाइड्रेजिन परीक्षण) दे सकता है



(A) 2

(B) 3

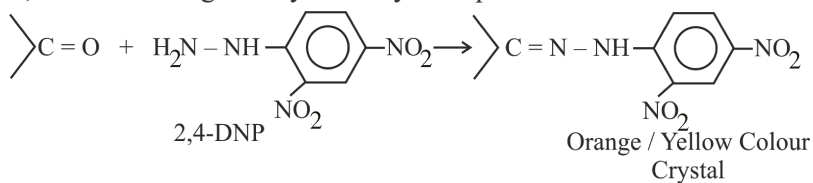
(C) 4

(D) 5

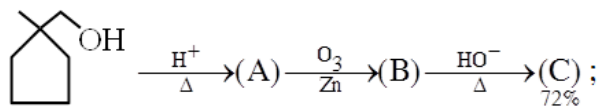
Ans. D

Sol.

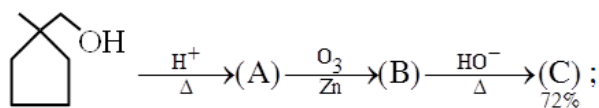
2,4-DNP test is given by carbonyl compound



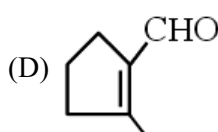
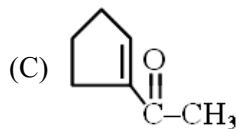
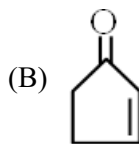
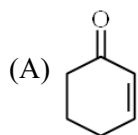
8.



Product (C) :-



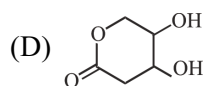
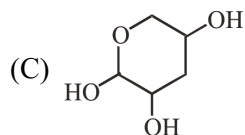
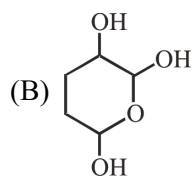
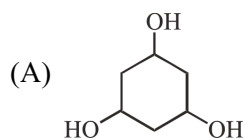
उत्पाद (C) है :-



Ans. C

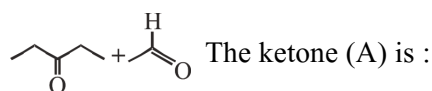
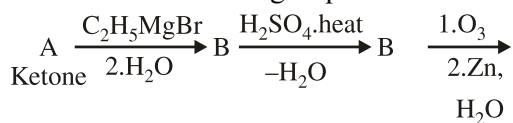
9. In which molecule, cleavage by  $\text{HIO}_4$  is not observed ?

निम्न में से किस यौगिक में  $\text{HIO}_4$  द्वारा विदलन संभव नहीं होगा

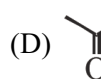
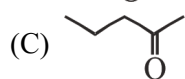
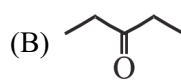
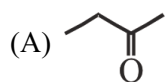
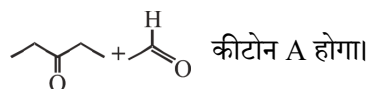
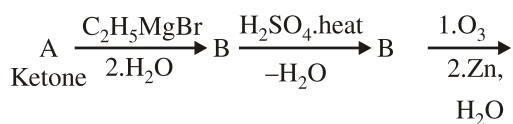


Ans. A

10. Consider the following sequence of reactions

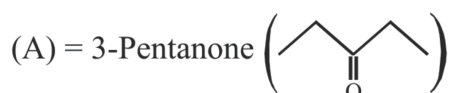
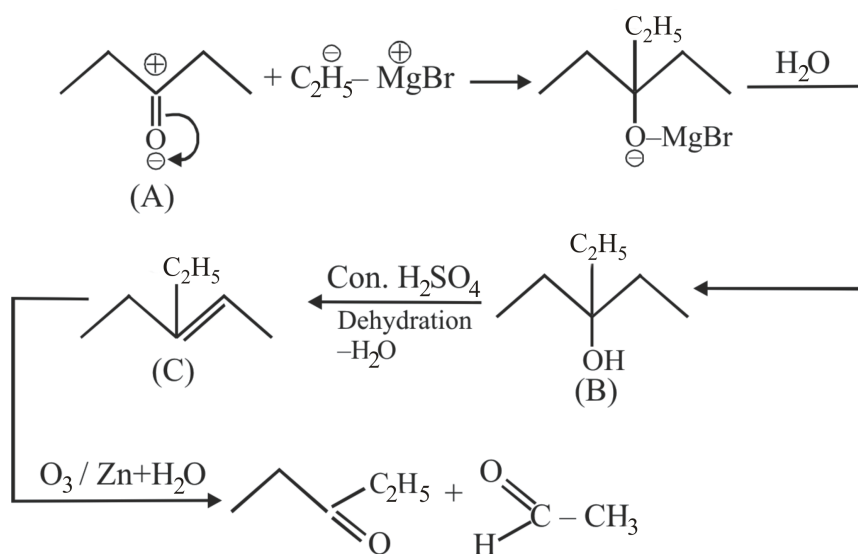


निम्न अभिक्रिया क्रम में -



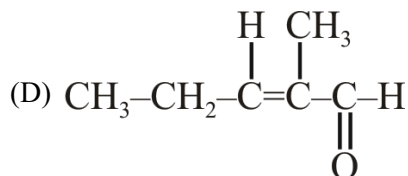
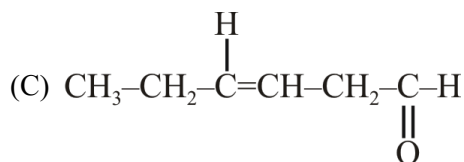
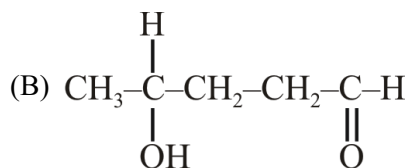
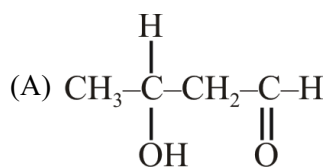
Ans. B

Sol.



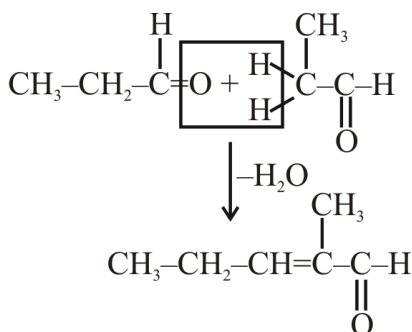
11. Propionaldehyde  $\xrightarrow{K_2CO_3}$  Product, Product is.

प्रोपिओनल्लिडहाइड  $\xrightarrow{K_2CO_3}$  उत्पाद, उत्पाद होगा:-

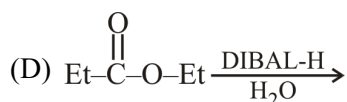
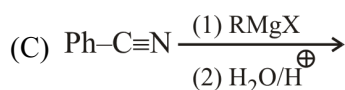
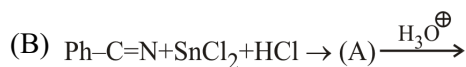
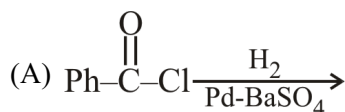


Ans. D

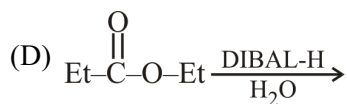
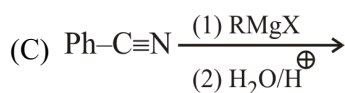
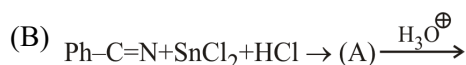
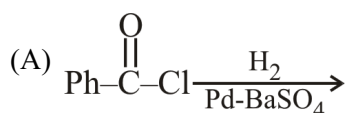
Sol.



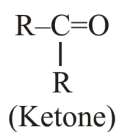
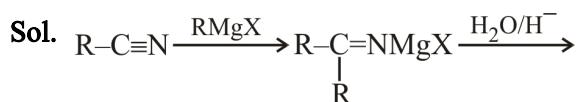
12. In which of the following reaction one of the final product is not aldehyde

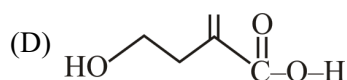
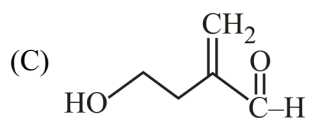
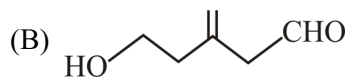
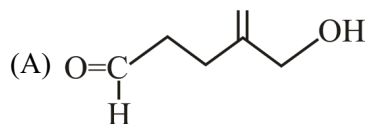
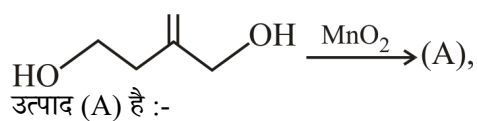
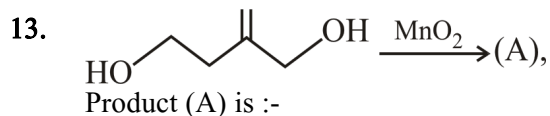


निम्न में से कौनसी अभिक्रिया में अन्तिम उत्पाद ऐलिडहाइड नहीं है-



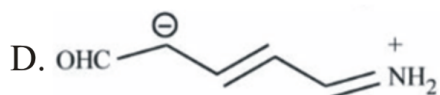
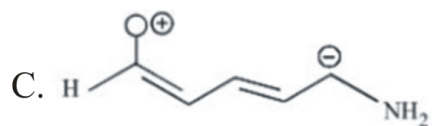
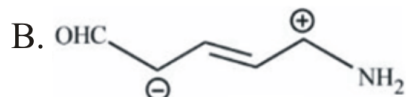
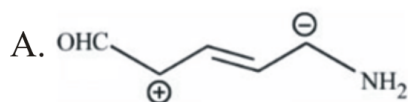
Ans. C



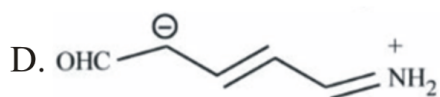
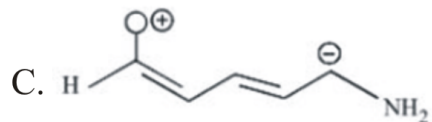
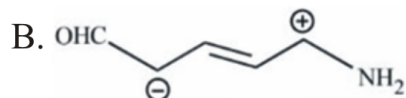
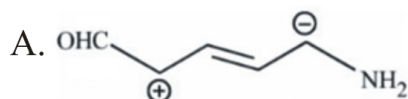


Ans. C

14. Increasing order of stability of the resonance structure is :



अनुनाद संरचनाओं के स्थायित्व का बढ़ता क्रम है:



नीचे दिए गए विकल्पों में से सही उत्तर चुनें:

(A) C, D, B, A

(B) C, A, B, D

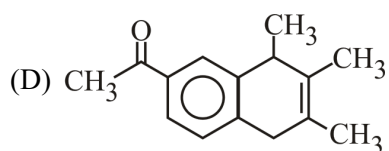
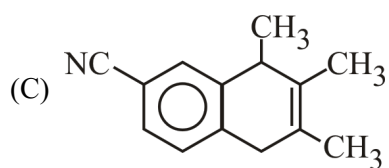
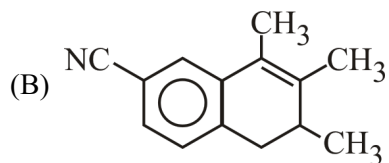
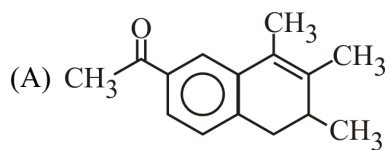
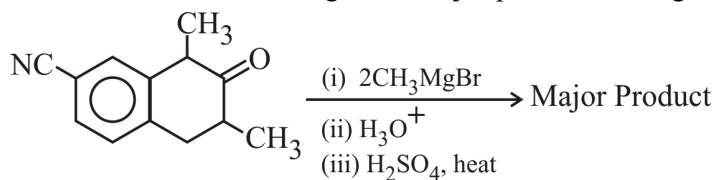
(C) D, C, A, B

(D) D, C, B, A

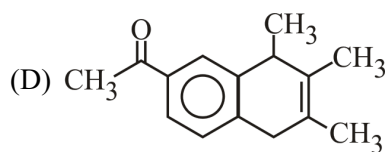
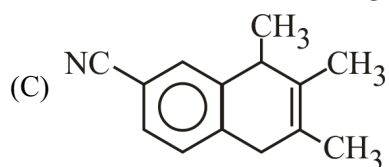
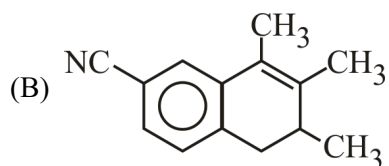
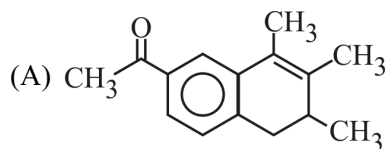
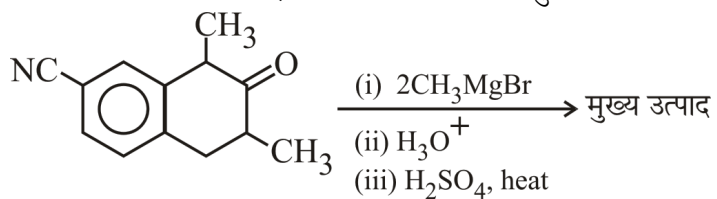
Ans. B

Sol. Order should be : C < A < B < D

15. Which one of the following is the major product of the given reaction?

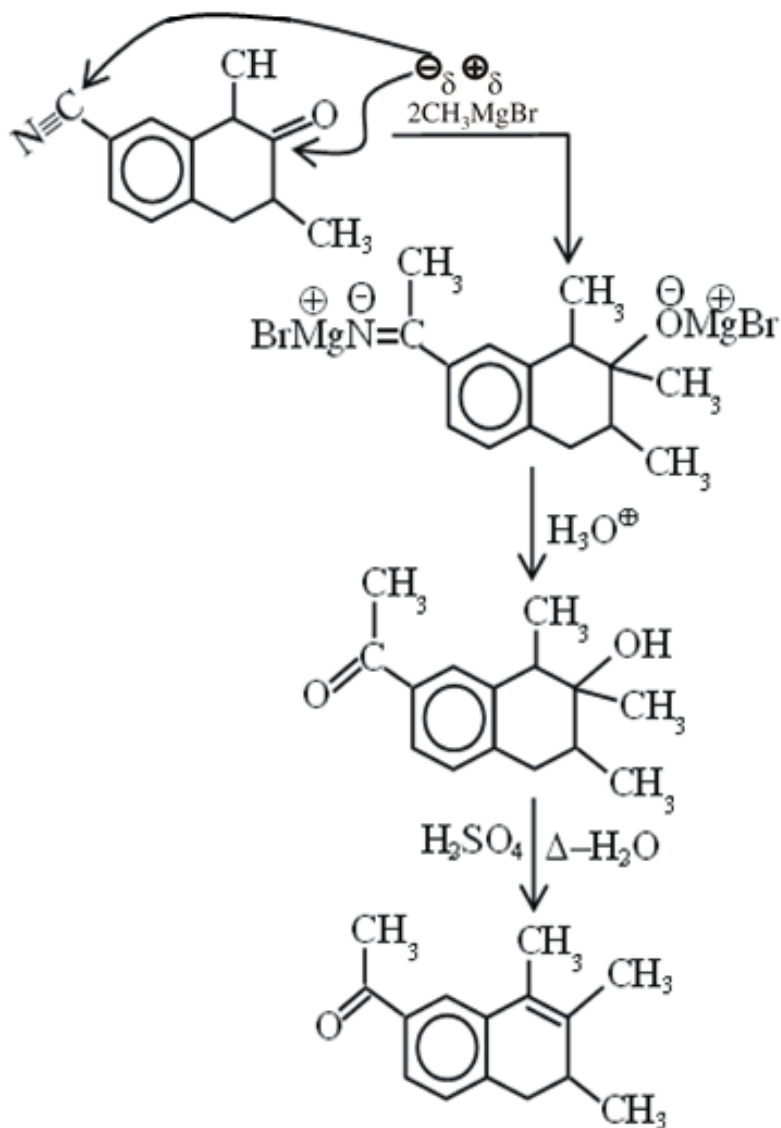


निम्नलिखित में से कौनसा एक दी गयी अभिक्रिया का मुख्य उत्पाद है?



Ans. A

Sol.



16. Match List I with List II.

List-I (Reaction)		List-II (Reagents)	
(A)	Hoffmann Degradation Reaction	(I)	Conc. KOH/ $\Delta$
(B)	Clemenson reduction	(II)	$\text{CHCl}_3$ , NaOH/ $\text{H}_3\text{O}^+$
(C)	Cannizaro reaction	(III)	$\text{Br}_2$ , NaOH
(D)	Reimer-Tiemann reaction	(IV)	Zn-Hg/HCl

सूची I का मिलान सूची II से करें:

सूची-I (अभिक्रिया)		सूची-II (अभिकर्मक)	
(A)	हॉफमान निम्नीकरण अभिक्रिया	(I)	Conc. KOH/ $\Delta$
(B)	क्लीमेन्शन अपचयन	(II)	CHCl <sub>3</sub> , NaOH/H <sub>3</sub> O <sup>+</sup>
(C)	कैनिजारो अभिक्रिया	(III)	Br <sub>2</sub> , NaOH
(D)	राइमर-टीमन अभिक्रिया	(IV)	Zn-Hg/HCl

(A) (A) – III, (B) – IV, (C) – II, (D) - I

(B) (A) – II, (B) – IV, (C) – I, (D) - III

(C) (A) – III, (B) – IV, (C) – I, (D) - II

(D) (A) – II, (B) – I, (C) – III, (D) - IV

Ans. C

Sol.

Reactions

Reagent used

(A) Hoffmann degradation

Br<sub>2</sub>/NaOH

(B) Clemenson reduction

Zn– Hg/HCl

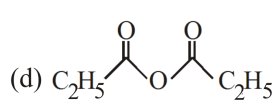
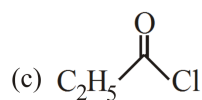
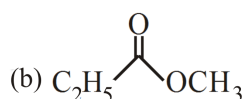
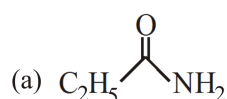
(C) Cannizaro reaction

conc.KOH/ $\Delta$

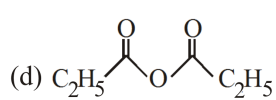
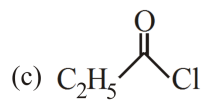
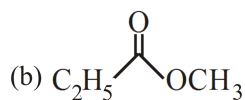
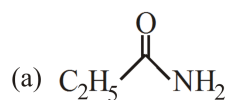
(D) Reimer-Tiemann reaction

CHCl<sub>3</sub>, NaOH/H<sub>3</sub>O<sup>+</sup>

17. The increasing order of the reactivity of the following with LiAlH<sub>4</sub> is :



निम्न की LiAlH<sub>4</sub> के साथ क्रियाशीलता का सही क्रम है-



(A) (a) < (b) < (d) < (c)

(B) (a) < (b) < (c) < (d)

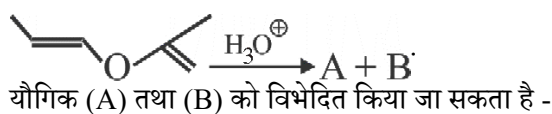
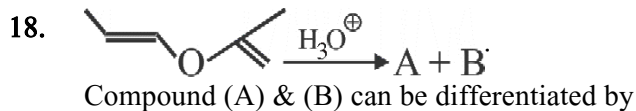
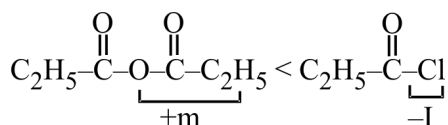
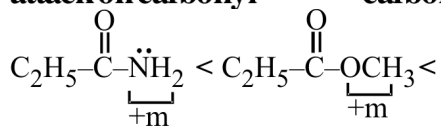
(C) (b) < (a) < (d) < (c)

(D) (b) < (a) < (c) < (d)

Ans. A

Sol.

**Rate of nucleophilic attack on carbonyl**  $\propto$  **Electrophilicity of carbonyl group**



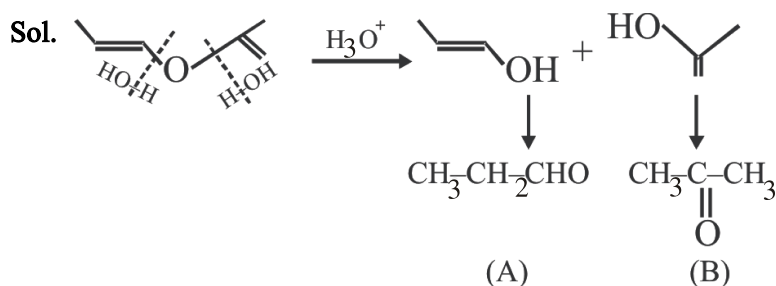
(A) 2-4-DNP

(B) Fehling solution

(C) Lucas reagent

(D) NaHSO<sub>3</sub>

Ans. B



→ Fehling solution is used to differentiate aldehyde & ketone.

→ एल्डिहाइड एवं कीटोन को फेहलिंग विलयन द्वारा विभेदित किया जाता है।

19. Given below are two statements :

**Statement I** : Hyperconjugation is a permanent effect.

**Statement II** : Hyperconjugation in ethyl cation  $(\text{CH}_3-\overset{+}{\text{C}}\text{H}_2)$  involves the overlapping of  $\text{C}_{\text{sp}^2}-\text{H}_{1\text{s}}$  bond with empty 2p orbital of other carbon.

Choose the **correct** option :

(A) Both **Statement I** and **statement II** are false

(B) **Statement I** is incorrect but **statement II** is true

(C) **Statement I** is correct but **statement II** is false

(D) Both **Statement I** and **statement II** are true



SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 10 questions Candidates have to attempt any 5 questions out of 10. If more than 5 questions are attempted, then only first 5 attempted questions will be evaluated.

The answer to each question is a Numerical Value.

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : -1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खंड में 10 प्रश्न हैं। उम्मीदवारों को 10 में से किसी भी 5 प्रश्न का प्रयास करना है। यदि 5 से अधिक प्रश्नों का प्रयास किया जाता है, तो केवल पहले 5 प्रश्नों का मूल्यांकन किया जाएगा।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान (Numerical Value) है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में, उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।)

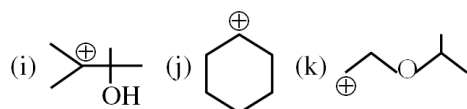
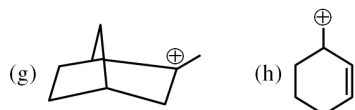
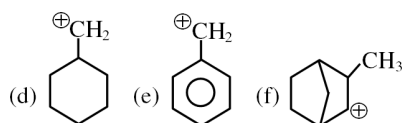
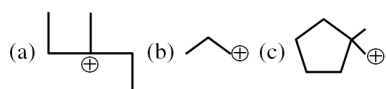
प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

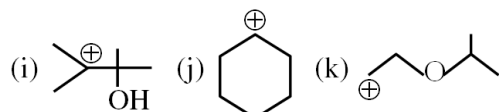
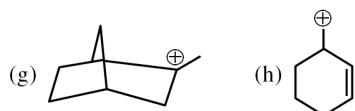
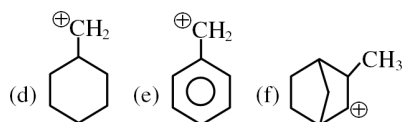
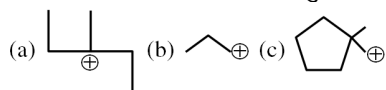
शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

1. How many of the following carbocation can undergo rearrangement :



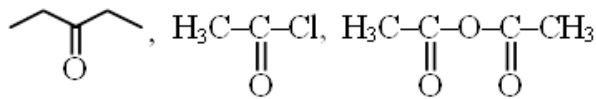
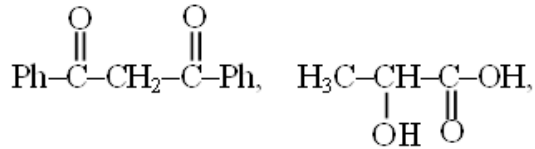
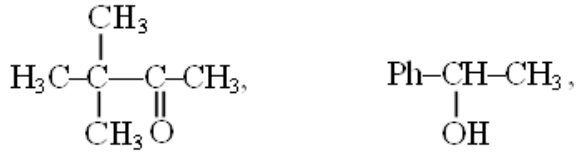
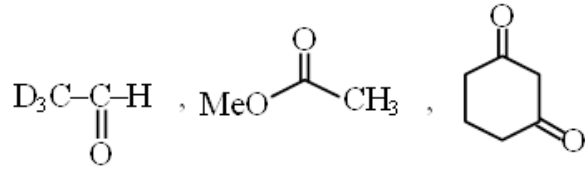
निम्न में से कितने कार्बधनायन पुनर्विन्यासित हो सकते हैं -



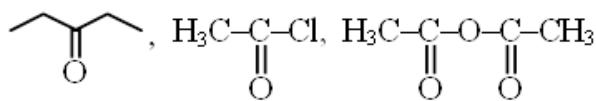
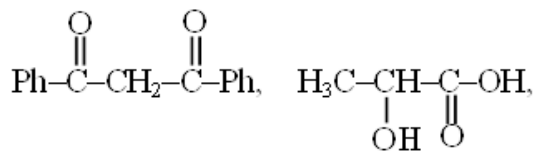
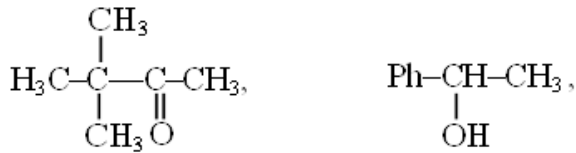
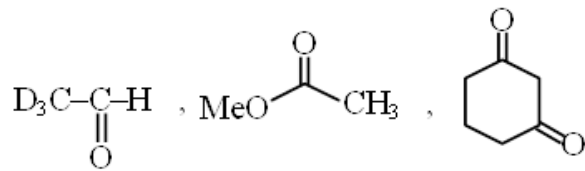
Ans. 7

Sol. b, c, d, f, h, i, k

2. Number of compounds which can give iodoform test, are :

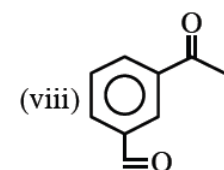
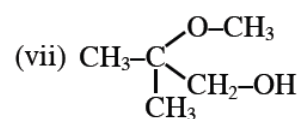
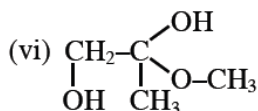
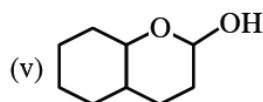
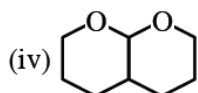
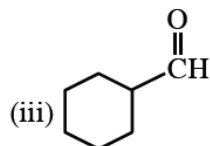
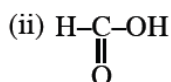
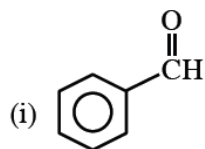


आयोडोफार्म परीक्षण देने वाले यौगिकों की संख्या होगी -

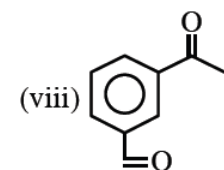
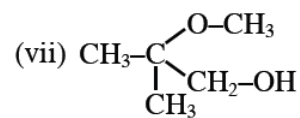
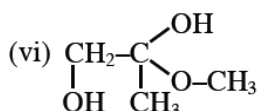
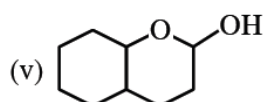
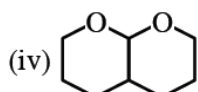
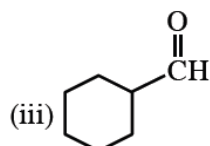
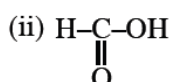
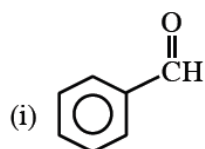


Ans. 5

3. Number of compounds which can be oxidised by Tollen's reagent.

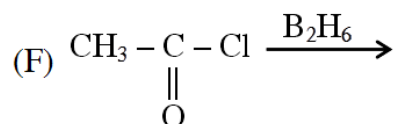
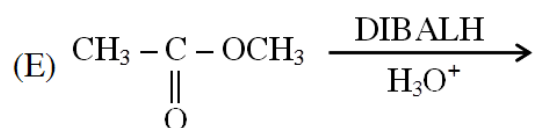
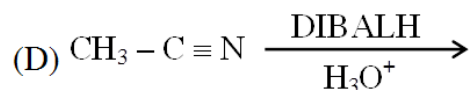
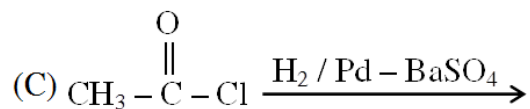
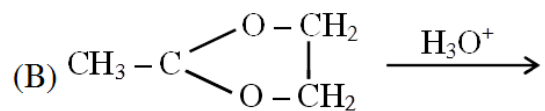
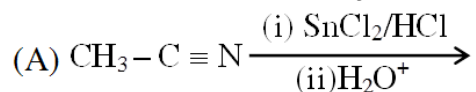


यौगिकों की संख्या जो टॉलेन अभिकर्मक के द्वारा ऑक्सीकृत किये जा सकते हैं

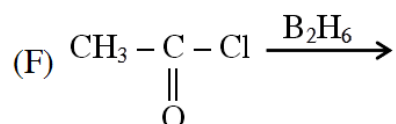
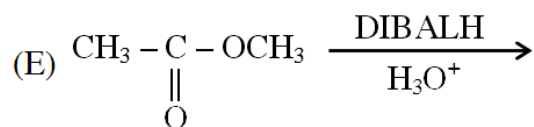
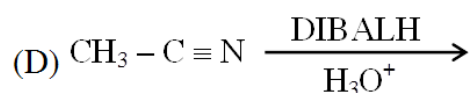
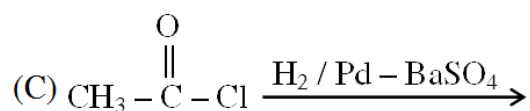
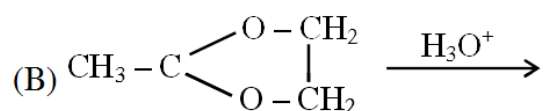
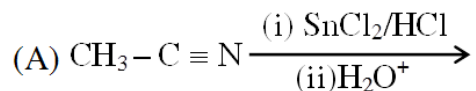


Ans. 6

4. How many reactions give  $\text{CH}_3\text{-CHO}$  as a major product?

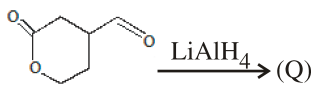
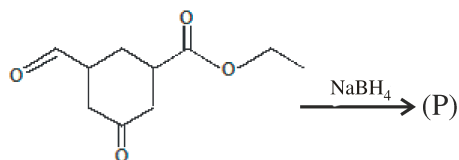


कितनी अभिक्रियाएँ मुख्य उत्पाद के रूप में  $\text{CH}_3\text{-CHO}$  देती है।

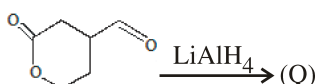
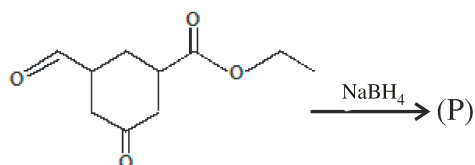


Ans. 5

5.



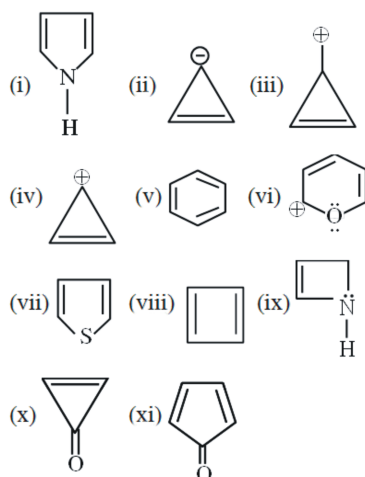
Sum of number of  $1^\circ$  alcoholic groups in product (P) and (Q) is :-



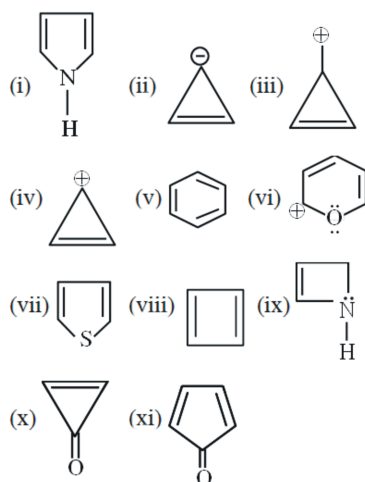
उत्पाद (P) तथा (Q) में उपस्थित  $1^\circ$  एल्कोहॉलिक समूहों का योग होगा

**Ans. 4**

6. How many of the following compounds is/are aromatic?

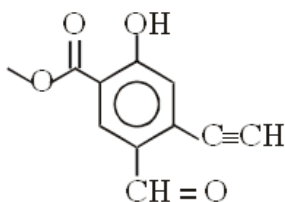


निम्न में से कितने यौगिक ऐरोमेटिक है/हैं?

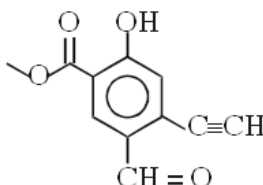


**Ans. 6**

7. How many moles of  $\text{RMgX}$  can be consumed by one mole of following compound when it reacts with excess of  $\text{RMgX}$ .

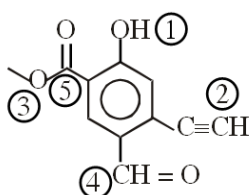


निम्न यौगिक का एक मोल जब  $\text{RMgX}$  के आधिक्य के साथ क्रिया करता है तो  $\text{RMgX}$  के कितने मोल खर्च हो सकते हैं-

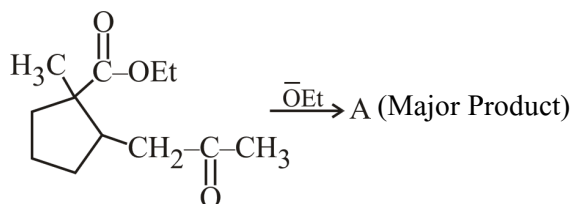


**Ans. 5**

**Sol.**



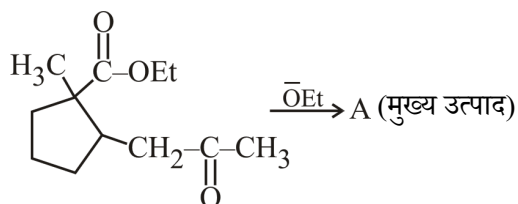
8. In the given reaction



(Where Et is  $-\text{C}_2\text{H}_5$ )

The number of chiral carbon/s in product A are

दी गई अभिक्रिया में

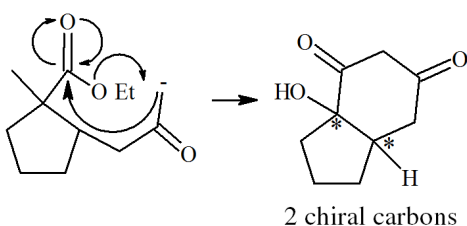


(जहाँ Et,  $-\text{C}_2\text{H}_5$  है)

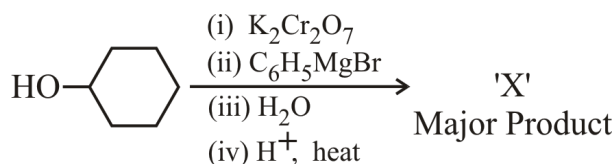
उत्पाद A में उपस्थित किरैल कार्बन परमाणुओं की संख्या है/हैं

**Ans. 2**

**Sol.**

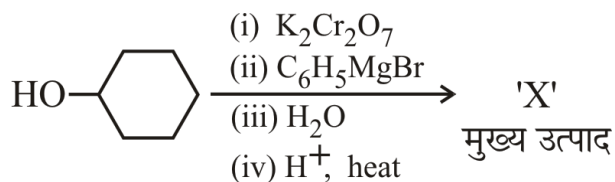


9. In the given reaction



The number of  $sp^2$  hybridised carbon present in the product 'X' is \_\_\_\_\_.

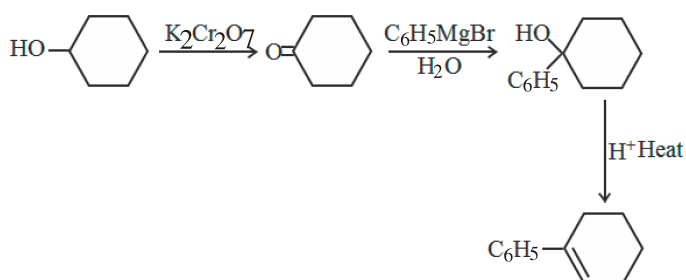
दी गई अभिक्रिया में



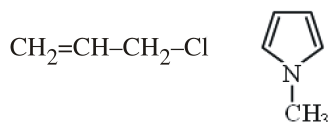
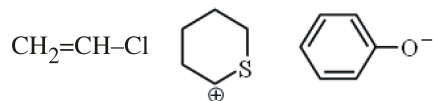
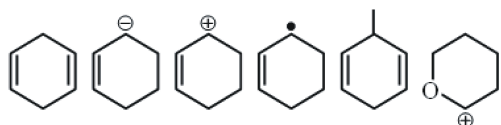
यौगिक 'X' में  $sp^2$  संकरित कार्बन परमाणुओं की संख्या \_\_\_\_\_ है।

Ans. 8

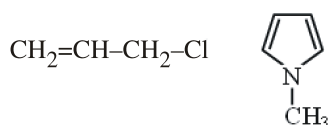
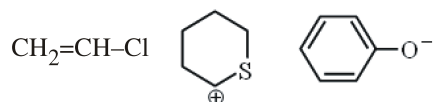
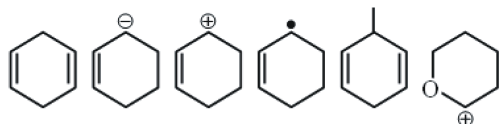
Sol.



10. How many of the following species can show resonance.



निम्न में से कितनी स्पीशीज अनुनाद दर्शा सकती है।



Ans. 8

Sol. ii, iii, iv, vi, vii, viii, ix, xi

PART-3 : MATHEMATICS

भाग-3 : गणित

SECTION-I : (Maximum Marks: 80)

This section contains 20 questions. Each question has 4 options for correct answer. Multiple-Choice Questions (MCQs) Only one option is correct. For each question, marks will be awarded as follows:

Full Marks : +4 If correct answer is selected.

Zero Marks : 0 If none of the option is selected.

Negative Marks : -1 If wrong option is selected.

खण्ड-I : (अधिकतम अंक: 80)

इस खंड में 20 प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में सही उत्तर के लिए 4 विकल्प हैं। बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQs) केवल एक विकल्प सही है। प्रत्येक प्रश्न के लिए, अंक निम्नानुसार दिए जाएंगे:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर चुना गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है।

ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत विकल्प चुना गया है।

1. If a curve passes through the point (1, -2) and has slope of the tangent at any point (x, y) on it as  $\frac{x^2 - 2y}{x}$ , then the curve also passes through the point :

यदि एक वक्र, बिन्दु (1, -2) से गुजरता है तथा इस वक्र पर स्थित किसी बिन्दु (x, y) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता  $\frac{x^2 - 2y}{x}$  हो, तो वक्र किस बिन्दु से गुजरेगा :

- (A)  $(-\sqrt{2}, 1)$                       (B)  $(\sqrt{3}, 0)$                       (C)  $(-1, 2)$                       (D)  $(3, 0)$

Ans. B

Sol.  $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 - 2y}{x}$  (Given)

$$\frac{dy}{dx} + 2\frac{y}{x} = x$$

$$I.F = e^{\int \frac{2}{x} dx} = x^2$$

$$\therefore y \cdot x^2 = \int x \cdot x^2 dx + C = \frac{x^4}{4} + C$$

hence it passes through (1, -2)  $\Rightarrow C = -\frac{9}{4}$

$$\therefore yx^2 = \frac{x^4}{4} - \frac{9}{4}$$

Now check option(s), Which is satisfied by option (ii)

2. The solution of the differential equation  $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$  ( $x \neq 0$ ) with  $y(1) = 1$ , is :

अवकल समीकरण  $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$  ( $x \neq 0$ ) का हल जिसके लिए  $y(1) = 1$ , है,

(A)  $y = \frac{x^3}{5} + \frac{1}{5x^2}$                       (B)  $y = \frac{4}{5}x^3 + \frac{1}{5x^2}$

(C)  $y = \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{4x^2}$                       (D)  $y = \frac{x^2}{4} + \frac{3}{4x^2}$

Ans. D

Sol.

$$x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2 : y(1) = 1$$

$$\frac{dy}{dx} + \left(\frac{2}{x}\right)y = x \text{ (LDE in } y)$$

$$\text{IF} = e^{\int \frac{2}{x} dx} = e^{2 \ln x} = x^2$$

$$y \cdot (x^2) = \int x \cdot x^2 dx = \frac{x^4}{4} + C$$

$$y(1) = 1$$

$$1 = \frac{1}{4} + C \Rightarrow C = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$yx^2 = \frac{x^4}{4} + \frac{3}{4}$$

$$y = \frac{x^2}{4} + \frac{3}{4x^2}$$

3. Let  $y = y(x)$  be the solution of the differential equation,  $x \frac{dy}{dx} + y = x \log_e x, (x > 1)$ .

If  $2y(2) = \log_e 4 - 1$ , then  $y(e)$  is equal to :-

माना  $y = y(x)$ , अवकल समीकरण  $x \frac{dy}{dx} + y = x \log_e x, (x > 1)$  का हल है। यदि  $2y(2) = \log_e 4 - 1$  है, तो  $y(e)$  बराबर है :-

(A)  $\frac{e^2}{4}$

(B)  $\frac{e}{4}$

(C)  $-\frac{e}{2}$

(D)  $-\frac{e^2}{2}$

Ans. B

Sol.  $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} = \ln x$

$$e^{\int \frac{1}{x} dx} = x$$

$$xy = \int x \ln x + C$$

$$\ln x \frac{x^2}{2} - \int \frac{1}{x} \cdot \frac{x^2}{2}$$

$$xy = \frac{x}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + C,$$

for  $2y(2) = 2 \ln 2 - 1$

$$\Rightarrow C = 0$$

$$y = \frac{x}{2} \ln x - \frac{x}{4}$$

$$y(e) = \frac{e}{4}$$

4. The solution of the differential equation,  $\frac{dy}{dx} = (x - y)^2$ , when  $y(1) = 1$ , is :-

अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = (x - y)^2$ , जबकि  $y(1) = 1$  है, का हल है :

(A)  $\log_e \left| \frac{2 - y}{2 - x} \right| = 2(y - 1)$

(B)  $\log_e \left| \frac{2 - x}{2 - y} \right| = x - y$

(C)  $-\log_e \left| \frac{1 + x - y}{1 - x + y} \right| = x + y - 2$

(D)  $-\log_e \left| \frac{1 - x + y}{1 + x - y} \right| = 2(x - 1)$

Ans. D

Sol.

$$x - y = t \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 1 - \frac{dt}{dx}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{dt}{dx} = t^2 \Rightarrow \int \frac{dt}{1 - t^2} = \int 1 dx$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1 + t}{1 - t} \right) = x + \lambda$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1 + x - y}{1 - x + y} \right) = x + \lambda \text{ given } y(1) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \ln(1) = 1 + \lambda \Rightarrow \lambda = -1$$

$$\Rightarrow \ln \left( \frac{1 + x - y}{1 - x + y} \right) = 2(x - 1)$$

$$\Rightarrow -\ln \left( \frac{1 - x + y}{1 + x - y} \right) = 2(x - 1)$$

5. If  $\frac{dy}{dx} + \frac{3}{\cos^2 x} y = \frac{1}{\cos^2 x}$ ,  $x \in \left( -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3} \right)$ , and  $y \left( \frac{\pi}{4} \right) = \frac{4}{3}$ , then  $y \left( -\frac{\pi}{4} \right)$  equals :

यदि  $\frac{dy}{dx} + \frac{3}{\cos^2 x} y = \frac{1}{\cos^2 x}$ ,  $x \in \left( -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3} \right)$ , तथा  $y \left( \frac{\pi}{4} \right) = \frac{4}{3}$ , है, तो  $y \left( -\frac{\pi}{4} \right)$  बराबर है :

(A)  $\frac{1}{3} + e^6$

(B)  $\frac{1}{3}$

(C)  $-\frac{4}{3}$

(D)  $\frac{1}{3} + e^3$

Ans. A

Sol.

$$\frac{dy}{dx} + 3\sec^2 x \cdot y = \sec^2 x$$

$$\text{I.F.} = e^{\int 3\sec^2 x dx} = e^{3 \tan x}$$

$$\text{or } y \cdot e^{3 \tan x} = \int \sec^2 x \cdot e^{3 \tan x} dx$$

$$\text{or } y \cdot e^{3 \tan x} = \frac{1}{3} e^{3 \tan x} + C \quad \dots(1)$$

Given

$$y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \frac{4}{3} \cdot e^3 = \frac{1}{3} e^3 + C$$

$$\therefore C = e^3$$

Now put  $x = -\frac{\pi}{4}$  in equation (1)

$$\therefore y \cdot e^{-3} = \frac{1}{3} e^{-3} + e^3$$

$$\therefore y = \frac{1}{3} + e^6$$

$$\therefore y\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{3} + e^6$$

6. If  $y = y(x)$  is the solution of the differential equation,  $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$  satisfying  $y(1) = 1$ , then  $y\left(\frac{1}{2}\right)$  is equal to :

यदि  $y = y(x)$  अवकल समीकरण  $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$  का हल है जो  $y(1) = 1$  को संतुष्ट करता है, तो  $y\left(\frac{1}{2}\right)$  का मान होगा :

(A)  $\frac{7}{64}$

(B)  $\frac{13}{16}$

(C)  $\frac{49}{16}$

(D)  $\frac{1}{4}$

Ans. C

Sol.  $\frac{dy}{dx} + \left(\frac{2}{x}\right)y = x$

$$\Rightarrow \text{I.F.} = x^2$$

$$\therefore yx^2 = \frac{x^4}{4} + \frac{3}{4} \quad (\text{As, } y(1) = 1)$$

$$\therefore y\left(x = \frac{1}{2}\right) = \frac{49}{16}$$

7. If the solution of the differential equation  $x^2 dy + 2xy dx = \sin x dx$  is  $x^k y + \cos x = C$  (where  $C$  is an arbitrary constant), then the value of  $k$  is equal to

अवकल समीकरण  $x^2 dy + 2xy dx = \sin x dx$  का हल  $x^k y + \cos x = C$  है। (जहाँ  $C$  एक स्वेच्छ अचर है), तब  $k$  का मान बराबर है।

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

Ans. B

Sol. The given equation is

$$d(x^2 y) = \sin x dx$$

On integrating, we get,

$$x^2 y = -\cos x + C$$

$$\text{or } x^2 y + \cos x = C$$

$$\Rightarrow k = 2$$

8. The area enclosed between the curves  $y^2 = x$  and  $y = |x|$  is-

वक्रों  $y^2 = x$  तथा  $y = |x|$  के मध्य घिरा हुआ क्षेत्रफल है-

- (A)  $\frac{2}{3}$  (B) 1  
(C)  $\frac{1}{6}$  (D)  $\frac{1}{3}$

Ans. D

Sol. Required Area = 2 (Shaded Area in the first quadrant)

$$= 2 \int_0^1 (x - x^2) dx = 2 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \text{ square unit.}$$

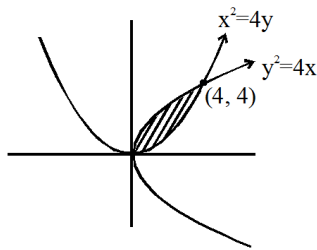
9. The area bounded by the curves  $y^2 = 4x$  and  $x^2 = 4y$  is :

वक्रों  $y^2 = 4x$  तथा  $x^2 = 4y$  द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल है :

- (A) 0 (B)  $\frac{32}{3}$   
(C)  $\frac{16}{3}$  (D)  $\frac{8}{3}$

Ans. C

Sol.



$$A = \int_0^4 \left( 2\sqrt{x} - \frac{x^2}{4} \right) dx$$

$$A = \left( \frac{4}{3}x^{3/2} - \frac{x^3}{12} \right)_0^4$$

$$A = \frac{16}{3} \text{ sq. unit}$$

Alternate Method

Area between  $y^2 = 4Ax$  and  $x^2 = 4Ay$

is  $\frac{16}{3} AB$

$$\begin{cases} \text{for } y^2 = 4x \\ x^2 = 4y \\ A = 1, B = 1 \end{cases}$$

So  $\frac{16}{3}$  sq. unit

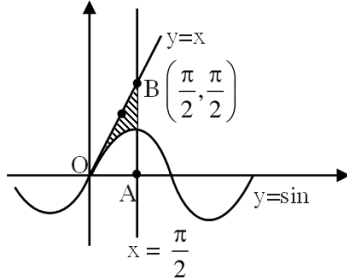
10. If the area bounded by  $y = x$ ,  $y = \sin x$  and  $x = \frac{\pi}{2}$  is  $\left(\frac{\pi^2}{k} - 1\right)$  sq. units, then the value of  $k$  is equal to

यदि  $y = x$ ,  $y = \sin x$  व  $x = \frac{\pi}{2}$  द्वारा परिबद्ध क्षेत्रफल  $\left(\frac{\pi^2}{k} - 1\right)$  वर्ग इकाई है, तो  $k$  बराबर है।

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

Ans. D

Sol.



$$\begin{aligned} \text{Required area} &= \text{ar}(\Delta AOB) - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{2} - 1 \\ &\quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\frac{1}{2} \cdot \text{base} \cdot \text{height}} \\ &= \frac{\pi^2}{8} - 1 \text{ sq. units} \end{aligned}$$

11. The area (in square units) enclosed by  $|y| - |x| = 1$  and  $x^2 + y^2 = 1$  is

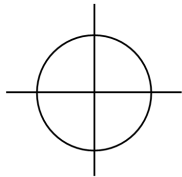
- (A) 2 (B) zero (C) Infinite (D) None of these

$|y| - |x| = 1$  व  $x^2 + y^2 = 1$  द्वारा परिबद्ध क्षेत्रफल है

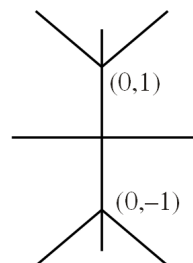
- (A) 2 (B) शून्य (C) अनन्त (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. B

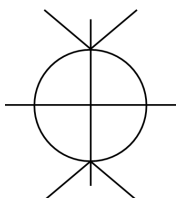
Sol. Graph of  $x^2 + y^2 = 1$  is



and graph of  $|y| - |x| = 1$  is



so area enclosed by two graph is zero.



12. The value of the parameter 'a' such that the area bounded by  $y = a^2x^2 + ax + 1$  coordinate axes and the line  $x = 1$  attains its least value, is equal to.

प्राचल 'a' का मान जिसके लिए, वक्रों  $y = a^2x^2 + ax + 1$  निर्देशी अक्षों तथा रेखा  $x = 1$  द्वारा परिबद्ध क्षेत्रफल, न्यूनतम रखता है, होगा।

- (A)  $-\frac{1}{4}$                       (B)  $-\frac{1}{2}$                       (C)  $-\frac{3}{4}$                       (D)  $-1$

**Ans. C**

**Sol.**  $a^2x^2 + ax + 1$  is positive for all real values of x.

$$\begin{aligned} \therefore \text{Area} &= \int_0^1 (a^2x^2 + ax + 1) dx \\ &= \frac{a^2}{3} + \frac{a}{2} + 1 \\ &= \frac{1}{6} \left( 2 \left( a^2 + \frac{3}{2}a + \frac{9}{16} \right) + 6 - \frac{18}{16} \right) \\ &= \frac{1}{6} \left( 2 \left( a + \frac{3}{4} \right)^2 + \frac{39}{8} \right), \\ &\text{which is minimum for } a = -\frac{3}{4} \end{aligned}$$

13. The area bounded by  $y = xe^{|x|}$  and the lines  $|x| = 1, y = 0$  is

वक्रों  $y = xe^{|x|}$  व  $|x| = 1, y = 0$  के मध्य परिबद्ध क्षेत्रफल है।

- (A) 4 sq unit                      (B) 6 sq units                      (C) 1 sq unit                      (D) 2 sq units

**Ans. D**

**Sol.** Since,  $|x| = 1$

$$\begin{aligned} \therefore x &= \pm 1 \\ \therefore y &= xe^{|x|} = \begin{cases} xe^{-x}, & -1 < x < 0 \\ xe^x, & 0 < x < 1 \end{cases} \\ \therefore \text{Required area} &= \left| \int_{-1}^0 xe^{-x} dx \right| + \left| \int_0^1 xe^x dx \right| \\ &= \left| [-xe^{-x} - e^{-x}]_{-1}^0 \right| + \left| \{xe^x - e^x\}_0^1 \right| \end{aligned}$$

14. The area of the region (in square units) above the x-axis bounded by the curve  $y = \tan x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  and the tangent to the curve at  $x = \frac{\pi}{4}$  is :-

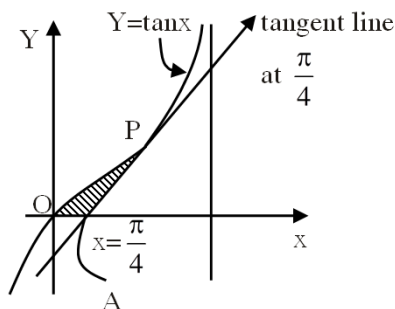
x-अक्ष के ऊपर का क्षेत्र (वर्ग इकाई में), जो वक्र

$y = \tan x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  व  $x = \frac{\pi}{4}$  पर वक्र की स्पर्श रेखा द्वारा परिबद्ध हो, है।

- (A)  $\frac{1}{2} \left( \log 2 - \frac{1}{2} \right)$                       (B)  $\frac{1}{2} (1 + \log 2)$   
(C)  $\frac{1}{2} (1 - \log 2)$                       (D)  $\frac{1}{2} \left( \log 2 + \frac{1}{2} \right)$

Ans. A

Sol.



Required Area

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x) dx - (\text{Area of triangle formed by tangent, } x = \frac{\pi}{4} \text{ and } x - \text{axis}) \\
 &= \left[ \log \left( \sec \frac{\pi}{4} \right) - \log(\sec 0) \right] - \frac{1}{2} \times 1 \left( \frac{\pi}{4} - x_0 \right) \\
 &= \log \sqrt{2} - \frac{1}{4} \quad (\text{where } x_0 = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \text{ is } x\text{-intercept of tangent}) \\
 &= \frac{1}{2} \log 2 - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \log 2 - \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

15. If the intercepts of the variable circle on the x-axis and y-axis are 2 units and 4 units respectively, then the locus of the centre of the variable circle is :-

(A)  $x^2 - y^2 = 3$                       (B)  $y^2 - x^2 = 3$                       (C)  $x^2 + y^2 = 3$                       (D) None of these

यदि किसी चर वृत्त का x-अक्ष तथा y-अक्ष पर अन्तःखण्ड 2 तथा 4 इकाई है, तो उसके केन्द्र का बिन्दुपथ होगा :-

(A)  $x^2 - y^2 = 3$                       (B)  $y^2 - x^2 = 3$                       (C)  $x^2 + y^2 = 3$                       (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. C

Sol. Given that  $2\sqrt{g^2 - c} = 2$  and  $2\sqrt{f^2 - c} = 4$   
 $\Rightarrow g^2 - c = 1$  and  $f^2 - c = 4$   
 $\Rightarrow f^2 - g^2 = 3$   
 Hence, locus is  $y^2 - x^2 = 3$

16. The length of the chord cut off by  $y = 2x + 1$  from the circle  $x^2 + y^2 = 2$  is :-

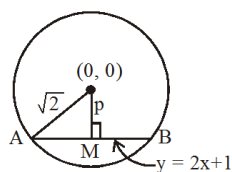
(A)  $\frac{5}{6}$                       (B)  $\frac{6}{\sqrt{5}}$                       (C)  $\frac{6}{5}$                       (D) None of these

रेखा  $y = 2x + 1$  द्वारा वृत्त  $x^2 + y^2 = 2$  पर काटी गयी जीवा की लम्बाई है।

(A)  $\frac{5}{6}$                       (B)  $\frac{6}{\sqrt{5}}$                       (C)  $\frac{6}{5}$                       (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. B

Sol.



$$p = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$AB = 2AM = 2\sqrt{r^2 - p^2} = 2\sqrt{2 - \frac{1}{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$$

17. Two perpendicular tangents to the circle

$x^2 + y^2 = 8$  meet at P. Then the locus of P has the equation:-

- (A)  $x^2 + y^2 = 4$  (B)  $x^2 + y^2 = 16$   
 (C)  $x^2 + y^2 = 24$  (D) None of these

वृत्त  $x^2 + y^2 = 8$  की दो परस्पर लम्बवत् स्पर्श रेखाएँ बिन्दु

P पर मिलती हैं, तब बिन्दु P का बिन्दुपथ है -

- (A)  $x^2 + y^2 = 4$  (B)  $x^2 + y^2 = 16$   
 (C)  $x^2 + y^2 = 24$  (D) इनमें से कोई नहीं

**Ans. B**

**Sol.** Locus of P will be director circle and have equation  $x^2 + y^2 = 16$

18. The locus of the centre of the circle

$\frac{1}{2}(x^2 + y^2) + x\cos\theta + y\sin\theta - 4 = 0$  is :-

वृत्त  $\frac{1}{2}(x^2 + y^2) + x\cos\theta + y\sin\theta - 4 = 0$  के केन्द्र का बिन्दुपथ है:-

- (A)  $x^2 - y^2 = 1$  (B)  $x^2 + y^2 = 1$   
 (C)  $y^2 = x^2$  (D)  $x^2 + y^2 = 2$

**Ans. B**

19. The equation of a circle is  $x^2 + y^2 = 4$ . The centre of the smallest circle touching this circle and the line  $x + y = 5\sqrt{2}$  has the coordinates-

- (A)  $\left(\frac{7}{2\sqrt{2}}, \frac{7}{2\sqrt{2}}\right)$  (B)  $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$  (C)  $\left(-\frac{7}{2\sqrt{2}}, -\frac{7}{2\sqrt{2}}\right)$  (D) None of these

एक वृत्त का समीकरण  $x^2 + y^2 = 4$  है। इस वृत्त और रेखा  $x + y = 5\sqrt{2}$  को स्पर्श करने वाले छोटे वृत्त के केन्द्र के निर्देशांक है-

- (A)  $\left(\frac{7}{2\sqrt{2}}, \frac{7}{2\sqrt{2}}\right)$  (B)  $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$  (C)  $\left(-\frac{7}{2\sqrt{2}}, -\frac{7}{2\sqrt{2}}\right)$  (D) इनमें से कोई नहीं

**Ans. A**

20. Equation of a circle which passes through (3, 6) and touches the both axes is :-

- (A)  $x^2 + y^2 + 6x + 6y + 3 = 0$  (B)  $x^2 + y^2 - 6x - 6y - 9 = 0$   
 (C)  $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 9 = 0$  (D) None of these

वृत्त का समीकरण, जो बिन्दु (3, 6) से गुजरता है तथा निर्देशी अक्षों को स्पर्श करता है, है :-

- (A)  $x^2 + y^2 + 6x + 6y + 3 = 0$  (B)  $x^2 + y^2 - 6x - 6y - 9 = 0$   
 (C)  $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 9 = 0$  (D) इनमें से कोई नहीं

**Ans. C**

SECTION-II : (Maximum Marks: 20)

This section contains 10 questions Candidates have to attempt any 5 questions out of 10. If more than 5 questions are attempted, then only first 5 attempted questions will be evaluated.

The answer to each question is a Numerical Value.

For each question, enter the correct integer value (In case of non-integer value, the answer should be rounded off to the nearest Integer).

Answer to each question will be evaluated according to the following marking scheme:

Full Marks : +4 If correct answer is entered.

Zero Marks : 0 If the question is unanswered.

Negative Marks : -1 If wrong answer is entered.

खण्ड-II : (अधिकतम अंक: 20)

इस खंड में 10 प्रश्न हैं। उम्मीदवारों को 10 में से किसी भी 5 प्रश्न का प्रयास करना है। यदि 5 से अधिक प्रश्नों का प्रयास किया जाता है, तो केवल पहले 5 प्रश्नों का मूल्यांकन किया जाएगा।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर संख्यात्मक मान (Numerical Value) है।

प्रत्येक प्रश्न के लिए, सही पूर्णांक मान दर्ज करें (दशमलव संकेतन में, उत्तर को निकटतम पूर्णांक में लिखा जाना चाहिए।)

प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्नलिखित अंकन योजना के अनुसार किया जाएगा:

पूर्ण अंक : +4 यदि सही उत्तर दर्ज किया गया है।

शून्य अंक : 0 यदि कोई भी उत्तर दर्ज नहीं किया गया है।

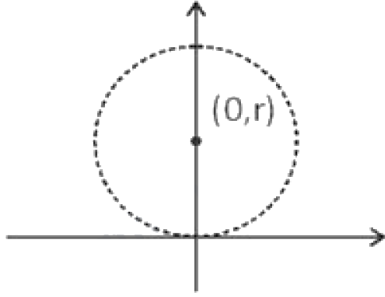
ऋणात्मक अंक : -1 यदि गलत उत्तर दर्ज किया गया है।

1. In the order of the differential equation of the family of circles touching the x-axis at the origin is k, then 2k is equal to

यदि मूल बिन्दु पर x-अक्ष को स्पर्श करने वाले वृत्तों के निकाय के अवकलन समीकरण की कोटि k है तो 2k बराबर है।

Ans. 2

Sol.



The equation of the family is  $x^2 + (y - r)^2 = r^2$

i.e. only r are arbitrary constant.

Hence, the order of its differential equation will be '1'

∴ 2k = 2

2. Let  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  be a differentiable function with  $f(0) = 1$  and satisfying the equation  $f(x+y) = f(x)f'(y) + f'(x)f(y)$  for all  $x, y \in \mathbb{R}$ . Then the value of  $\log_e(f(4))$  is :-  
 मान  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  अवकलनीय फलन है  $f(0) = 1$  तथा समीकरण  $f(x+y) = f(x)f'(y) + f'(x)f(y)$  को संतुष्ट करता है, सभी  $x, y \in \mathbb{R}$ , तब  $\log_e(f(4))$  का मान है

**Ans. 2**

Sol.

$$P(x, y) : f(x+y) = f(x)f'(y) + f'(x)f(y) \quad \forall x, y \in \mathbb{R}$$

$$P(0, 0) : f(0) = f(0)f'(0) + f'(0)f(0)$$

$$\Rightarrow 1 = 2f'(0)$$

$$\Rightarrow f'(0) = \frac{1}{2}$$

$$P(x, 0) : f(x) = f(x) \cdot f'(0) + f'(x) \cdot f(0)$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}f(x) + f'(x)$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2}f(x)$$

$$\Rightarrow f(x) = e^{\frac{1}{2}x}$$

$$\Rightarrow \ln(f(4)) = 2$$

3. Let  $f : [1, \infty) \rightarrow [2, \infty)$  be a differentiable function such that  $f(1) = \frac{1}{3}$ . If  $6 \int_1^x f(t) dt = 3xf(x) - x^3$  for all  $x \geq 1$ , then the value of  $3f(2)$  is

माना  $f : [1, \infty) \rightarrow [2, \infty)$  एक अवकलनीय फलन है जबकि

$f(1) = \frac{1}{3}$ . यदि  $6 \int_1^x f(t) dt = 3xf(x) - x^3$  सभी  $x \geq 1$ , तब  $3f(2)$  का मान है

**Ans. 8**

Sol. Given,  $f(1) = \frac{1}{3}$  and

$$6 \int_1^x f(t) dt = 3xf(x) - x^3 \text{ for all } x \geq 1$$

Using Newton-Leibnitz formula.

Differentiating both sides.

$$\Rightarrow 6f(x) \cdot 1 - 0 = 3f(x) + 3xf'(x) - 3x^2$$

$$\Rightarrow 3xf'(x) - 3f(x) = 3x^2$$

$$\Rightarrow f'(x) - \frac{1}{x}f(x) = x$$

$$\Rightarrow \frac{xf'(x) - f(x)}{x} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dx} \left\{ \frac{f(x)}{x} \right\} = 1$$

Integrating both sides

$$\Rightarrow \frac{f(x)}{x} = x + C \quad \left[ \because f(1) = \frac{1}{3} \right]$$

$$\frac{1}{3} = 1 + C$$

$$\Rightarrow C = -\frac{2}{3}$$

$$f(x) = x^2 - \frac{2}{3}x$$

$$\Rightarrow f(2) = 4 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\therefore 3f(2)$$

4. If the area (in sq. units) bounded by the parabola  $y^2 = 4\lambda x$  and the line  $y = \lambda x$ ,  $\lambda > 0$ , is , then  $\lambda$  is equal to :  
 यदि परलवय  $y^2 = 4\lambda x$  तथा रेखा  $y = \lambda x$ ,  $\lambda > 0$ , से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल (वर्ग इकाईयों में) है, तो  $\lambda$  बराबर है:

Ans. 24

Sol.

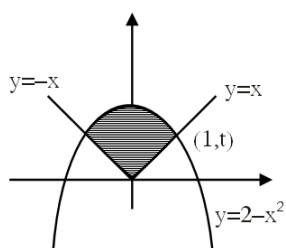
$$\text{Area} = \frac{1}{9} = \int_0^{\frac{4}{\lambda}} (\sqrt{4\lambda x} - \lambda x) dx$$

$$\Rightarrow \lambda = 24$$

5. The area (in sq. units) of the region bounded by the curves  $y = 2 - x^2$  and  $y = |x|$  is k, then the value of 3k is :  
 वक्रों  $y = 2 - x^2$  व  $y = |x|$  द्वारा परिबद्ध क्षेत्रफल (वर्ग इकाई में) k है, तो 3k का मान है।

Ans. 7

Sol.



$$2 - x^2 = x$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x \neq -2$$

$$x = 1$$

Required area =

$$2 \int_0^1 [(2 - x^2) - (x)] dx$$

$$\Rightarrow k = 2 \left[ 2x - \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \right]_0^1$$

$$\Rightarrow k = 2 \left[ 2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right] = \frac{7}{3} \text{ sq. unit}$$

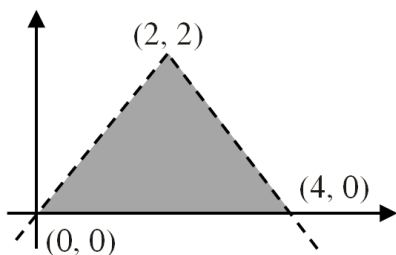
$$\Rightarrow 3k = 7$$

6. The area (in sq. units) bounded by  $y = 2 - |x - 2|$  and the x-axis is.

$y = 2 - |x - 2|$  व x-अक्ष द्वारा परिबद्ध क्षेत्रफल है।

Ans. 4

Sol.



$$\text{Required area} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4 \text{ sq. units}$$

7. The square of the length of the tangent from (1, 4) on the circle  $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 3 = 0$  is :

बिन्दु (1, 4) से वृत्त  $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 3 = 0$  पर खींची स्पर्श रेखा की लम्बाई का वर्ग है -

**Ans. 42**

**Sol.** Length of tangent =  $\sqrt{1^2 + (4)^2 + 4(1) + 6(4) - 3} = \sqrt{42}$   
 Square of length of tangent = 42

8. The number of tangents to the circle  $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 9 = 0$  which pass through the point (3, -2), is :-

वृत्त  $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 9 = 0$  पर खींची गई उन स्पर्श रेखाओं की संख्या जो बिन्दु (3, -2), से गुजरती है, होगी।

**Ans. 2**

**Sol.** Since  $S_1 > 0$  the point lies outside to the circle therefore two tangents.

9. If the line  $3x - 4y - k = 0$  ( $k > 0$ ) touches the circle  $x^2 + y^2 - 4x - 8y - 5 = 0$  at (a, b) then  $k + a + b$  is equal to :-

यदि रेखा  $3x - 4y - k = 0$  ( $k > 0$ ), वृत्त  $x^2 + y^2 - 4x - 8y - 5 = 0$  को बिन्दु (a, b) पर स्पर्श करती है तो  $k + a + b$  का मान बराबर है:-

**Ans. 20**

**Sol.** Since, the given line touches the given circle, the length of the perpendicular from the centre (2, 4) of the circle to the line  $3x - 4y - k = 0$  is equal to the radius  $\sqrt{4 + 16 + 5} = 5$  of the circle.

$$= \frac{3 \times 2 - 4 \times 4 - k}{\sqrt{9 + 16}} = \pm 5$$

$$\Rightarrow k = 15 \quad [\because k > 0]$$

hence equation of tangent is

$$3x - 4y - 15 = 0 \quad \dots (1)$$

Let equation of normal to circle

$$4x + 3y = \lambda$$

It passes through centre (2, 4)

$$\Rightarrow \lambda = 20$$

hence equation of normal is

$$4x + 3y = 20 \quad \dots (2)$$

Solve (1) & (2)

$$a = 5, b = 0$$

$$k + a + b = 15 + 5 + 0 = 20$$

10. Let  $\lambda$  be number of points with integral coordinates lying inside the circle  $x^2 + y^2 = 36$ , then  $\lambda =$

वृत्त  $x^2 + y^2 = 36$  के अन्दर स्थित बिन्दु जिनके निर्देशांक पूर्णांक है कि संख्या  $\lambda$  है तो  $\lambda =$

**Ans. 109**

**Sol.**  $x^2 + y^2 < 36$

$$x, y \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5\}$$

Number of ways to select

$$xy = 11 \times 11 = 121$$

$$121 - 4 \times 3 = 109$$

$$(\pm 5, \pm 5), (\pm 5, \pm 4), (\pm 4, \pm 5)$$

Excluded

**Note :** In case of any correction in the test paper, please mail to [dlpcorrections@allen.in](mailto:dlpcorrections@allen.in) within 2 days along with **Paper Code** & Your **Form No.**

(**नोट :** यदि इस प्रश्न पत्र में कोई Correction हो तो कृपया **Paper Code** एवं आपके **Form No.** एवं पूर्ण Test Details के साथ 2 दिन के अन्दर [dlpcorrections@allen.in](mailto:dlpcorrections@allen.in) पर mail करें।)